

- 3 右の図1のように、自然数が1から順に1行に13個ずつ規則的に並んでいる表がある。ただし、・は数字を省略したものである。この表の中で、横に並んだ数を上から第1行、第2行、第3行、…の数とし、縦に並んだ数を左から第1列、第2列、第3列、…の数とする。また、この表の中で、縦、横に3つずつ並んでいる9つの数を枠で囲む。このときの枠の中央の数を a とする。たとえば、図1では、表の中の数のある部分を枠で囲んだとき、 a が表の中の第 m 行で第 n 列の数であることを表している。**[各10点 計20点]**

	第1列	第2列	第3列	…	第n列	…	第13列
第1行	1	2	3	…	•	•	13
第2行	14	15	•	…	•	•	26
第3行	27	•	•	…	•	•	•
:	•	•	•	…	•	•	•
第m行	•	•	•	…	•	a	•
:	•	•	•	…	•	•	•

図1

- (1) 表の中の数のある部分を枠で囲んだところ、図2のように枠の中の右上の数が179であった。このとき、 a の値を求めなさい。
 (2) 表の中の数のある部分を枠で囲み、その中にふくまれる9つの数の和を計算したところ3456であった。このとき、 a は表の中の第何行で第何列の数であるか、求めなさい。

•	•	179
•	a	•
•	•	•

図2

図1



図2

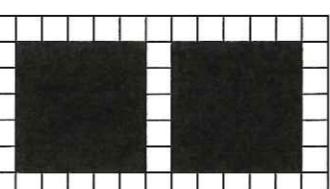


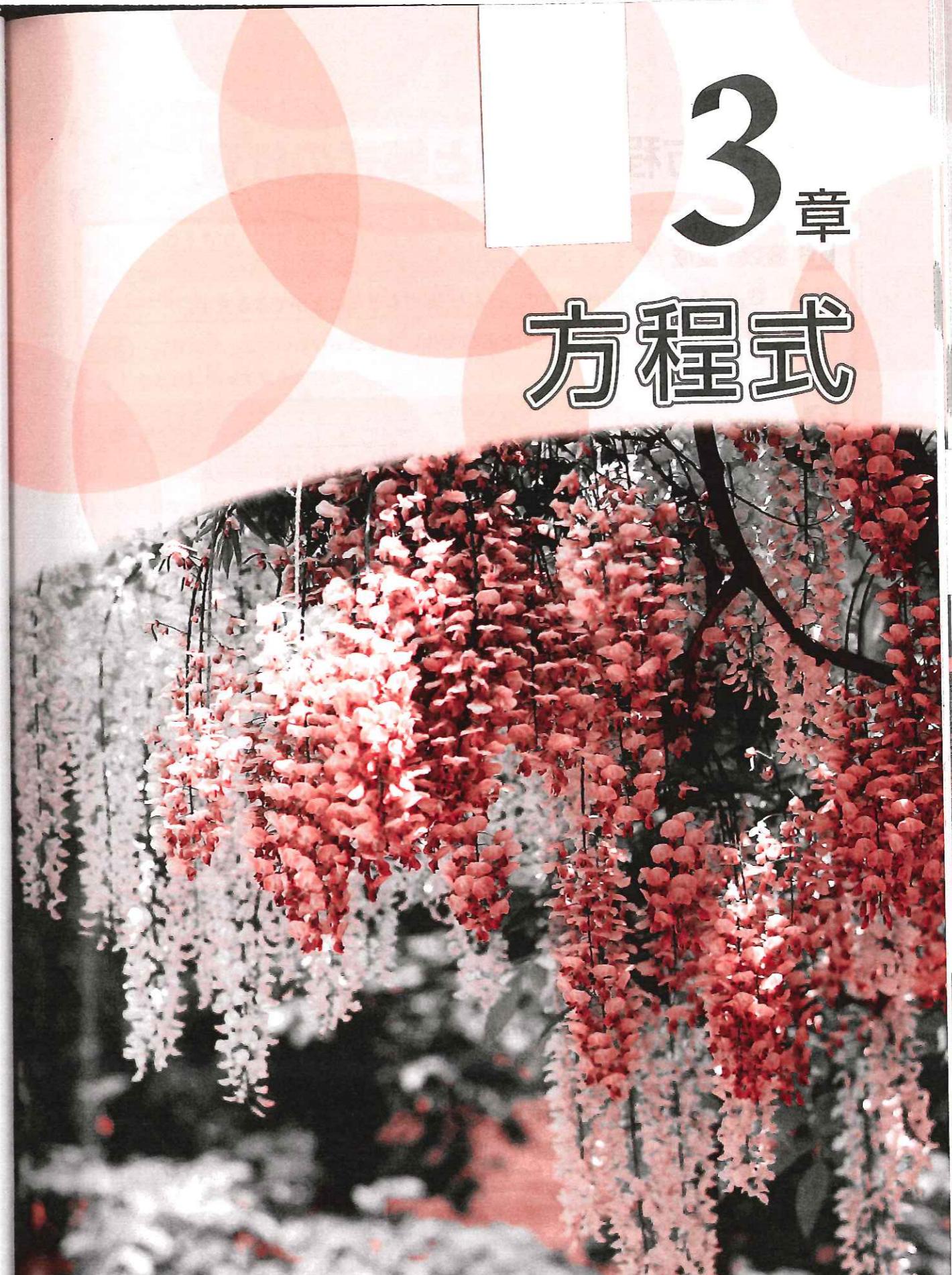
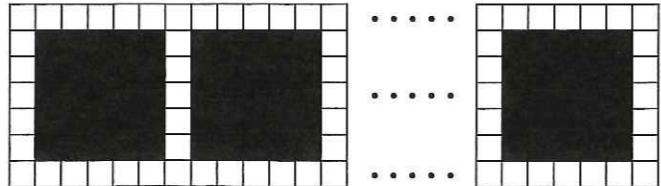
図3

- 4 1辺の長さが5cmである黒い正方形のタイルの周りを、1辺の長さが1cmである白い正方形のタイルで、すき間なく重ならないように囲む。たとえば、図1のように、黒いタイルが1枚のときは、白いタイルは全部で24枚必要であり、図2のように、黒いタイル2枚を横一列に並べるときは、白いタイルは全部で41枚必要である。このとき、次の(1), (2)の問い合わせに答えなさい。
[各10点 計20点]

- (1) 黒いタイル3枚を横一列に並べるとき、白いタイルは全部で何枚必要ですか。

- (2) 図3のように、黒いタイル n 枚を横一列に並べるとき、白いタイルは全部で何枚必要か。 n を用いて表しなさい。

[鹿児島]



3章

方程式

1 方程式の解と等式の性質

教科書のまとめ

1 变数、变域

- 变数** … きめられた範囲の中で、どんな値でもとることができる文字。
- 变域** … きめられた範囲(変数がとる値全体)

2 方程式とその解

⇒ 例題80~82

- 方程式** … 等式の中の文字に、特別な値を代入したときだけ成り立つ式。

(例) $2x+1=7$ $\frac{1}{3}x+2=1-\frac{2}{3}x$ $5+x=1.2x$

- 方程式の解** … 方程式を成り立たせるような文字の値。

- 方程式を解く** … 方程式の解を求めるこを、その**方程式を解く**といふ。

(例) x の変域が $\{-1, 0, 1, 2\}$ のとき、方程式 $2x+3=5$ を解こう。

変域中の数を方程式の x に順序よく代入していくと

$2 \times (-1) + 3 = 1 \neq 5$ (不成立)

$2 \times 0 + 3 = 3 \neq 5$ (不成立)

$2 \times 1 + 3 = 5$ (成立)

これが解[†] 等式が成り立つ

$2 \times 2 + 3 = 7 \neq 5$ (不成立)



よって、解は $x=1$ **答**

3 等式の性質

⇒ 例題83

- (1) 等式の両辺に同じ数を加えても、等式は成り立つ。

$A=B$ ならば $A+C=B+C$

- (2) 等式の両辺から同じ数をひいても、等式は成り立つ。

$A=B$ ならば $A-C=B-C$

- (3) 等式の両辺に同じ数をかけても、等式は成り立つ。

$A=B$ ならば $AC=BC$

- (4) 等式の両辺を0でない同じ数でわっても、等式は成り立つ。

$A=B$ ならば $\frac{A}{C}=\frac{B}{C}$ ($C \neq 0$)

テスト前にも見なおそう



例題研究

基本例題で基礎をためよう。標準例題で実力をのばそう。

80 基本例題

方程式の意味

次の式のうちで、方程式はどれですか。

- | | |
|--------------|-------------------|
| (1) $2+5=7$ | (2) $2(x-3)=2x-6$ |
| (3) $2x-6=4$ | (4) $2x-6 > 4$ |

(考え方) 方程式は、文字のはいった等式で、その文字に特別な値を代入したときに限って成り立つもの。



3 章

方程式

→ **コ一チ** $2(x-3)=2x-6$
は x にどんな値を代入しても等式は成り立つ。これを恒等式といふ(解はすべての数)。
これに対して、 $2x-6=4$ は、 $x=5$ のときは等式が成り立つが、他の値に対しては等式は成り立たない。

(ポイント) [方程式]
特別な値のときだけ成り立つ等式。

- | | |
|----------------------------------|------------------------------|
| (1) 文字がないので方程式ではない。 | (2) 左辺を変形すると、右辺になるので方程式ではない。 |
| (3) $x=5$ のときだけ、等式が成り立つので方程式である。 | (4) 等式でないので方程式ではない。 |

答 (3)

類題93 次の式のうち、方程式はどれですか。

- | | |
|---------------|---------------|
| (1) $3-4 < 0$ | (2) $x+3=3+x$ |
| (3) $x+2=2$ | (4) $x+2x=3x$ |

81 基本例題

方程式の解①

x の変域を $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ として、次の方程式を解きなさい。

- | | |
|----------------|----------------|
| (1) $-6+4x=-2$ | (2) $x-8=4x-5$ |
|----------------|----------------|

等式の中の文字に特別な値を代入したときだけ成り立つ式が方程式。

(考え方) 方程式の解とは、その**方程式を成り立たせる値**のこと。だから、方程式の x に変域内の数を代入して、方程式が成り立つかどうかを調べればよい。

- | | |
|----------------|-----------------------------------|
| (1) $x=-2$ のとき | $-6+4 \times (-2) = -14$ (不成立) |
| $x=-1$ のとき | $-6+4 \times (-1) = -10$ (不成立) |
| $x=0$ のとき | $-6+4 \times 0 = -6$ (不成立) |
| $x=1$ のとき | $-6+4 \times 1 = -2$ (成立) |
| $x=2$ のとき | $-6+4 \times 2 = 2 \neq -2$ (不成立) |

よって、方程式の解は 1 **答** $x=1$

- (2) (1)と同様に、 $x-8=4x-5$ の x に $-2, -1, 0, 1, 2$ を代入して調べると、 $x=-1$ のとき成り立つ。 **答** $x=-1$

→ **コ一チ** 方程式の文字にある値を代入したとき、左辺と右辺の値が等しければ、方程式は成り立つという。

また、左辺と右辺の値が等しくなければ、方程式は成り立たないといふ。

類題 94 x の変域が -5 から -1 までの整数のとき、次の方程式を解きなさい。

- (1) $4x-3=-15$ (2) $12=4-2x$
 (3) $12+2x=5-5x$ (4) $3x+5=-5-2x$

82 基本例題 方程式の解②

次の方程式のうちで、 $x=3$ が解になる方程式をすべて選びなさい。

- (1) $2x-1=3$ (2) $2x=6$
 (3) $2x-3=3$ (4) $\frac{2}{3}x=2$
 (5) $2x=4$ (6) $2x+3=9$

考え方 x に 3 を代入し、等式が成り立つかどうかを調べる。

- (1) $2 \times 3 - 1 = 3$ ← $x=3$ は解でない
 (2) $2 \times 3 = 6$ ← $x=3$ は解である
 (3) $2 \times 3 - 3 = 3$ ← $x=3$ は解である
 (4) $\frac{2}{3} \times 3 = 2$ ← $x=3$ は解である
 (5) $2 \times 3 \neq 4$ ← $x=3$ は解でない
 (6) $2 \times 3 + 3 = 9$ ← $x=3$ は解である

答 (2), (3), (4), (6)

解が等しい方程式の関係を調べてみよう。

- (2) $2x=6$ ←
 $2x-3=6-3$ 両辺から 3 をひく
 (3) $2x-3=3$ ←
 (2) $2x=6$ ←
 $2x+3=6+3$ 両辺に 3 をたす
 (6) $2x+3=9$ ←
- (2) $2x=6$ ←
 $\frac{2}{3}x=\frac{6}{3}$ 両辺を 3 でわる
 (4) $\frac{2}{3}x=2$ ←

方程式の解は、文字にその数を代入したときに、左辺と右辺が等しくなるもの。

注意 \neq は「等しくない」という記号である。 $C \neq 0$ は「 C は 0 でない」ということを表している。 $C=0 \Leftrightarrow C$ は 0 である。 $C \neq 0 \Leftrightarrow C$ は 0 でない



類題 95 次の方程式の中で、下の問い合わせにあてはまるものをすべて選び、記号で答えなさい。

- (ア) $x+3=0$ (イ) $4x-5=7$ (ウ) $x=0$
 (エ) $x-5=4x+1$ (オ) $\frac{1}{2}x=0$ (カ) $2x=1$
 (キ) $2x-5=-5$ (ク) $x+5=0$ (ク) $5x+15=0$
 (コ) $\frac{1}{3}x+5=4$ (サ) $\frac{2}{3}x+2=2$ (シ) $4x-7=7$
 (1) 解が -3 である方程式をすべて選びなさい。
 (2) 解が 0 である方程式をすべて選びなさい。

参考 解の等しい方程式は、等式の性質を用いて変形したものとみなせる。

等式の性質
 $A=B$ ならば、次のことが成り立つ。
 ① $A+C=B+C$
 ② $A-C=B-C$
 ③ $A \times C=B \times C$
 ④ $A \div C=B \div C (C \neq 0)$

83 標準例題 等式の性質

次の(1),(2)で、下の等式は上の等式を変形したものである。変形のしかたを説明しなさい。

- (1) $\begin{cases} x-6=3 \\ x+2=11 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 10x+4=18 \\ 5x=7 \end{cases}$

考え方 上の等式と下の等式を見くらべてみる。

- (1) 文字 x の係数には変化がない。数の項に着目すると

$$\begin{array}{ccc} x-6=3 & & \\ \downarrow & & \downarrow \\ x+2=11 & & \end{array}$$

8だけ増加 ← → 8だけ増加

答 両辺に 8 をたした

- (2) $10x+4=18$

$$\begin{array}{ccc} 10x & = & 14 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 5x & = & 7 \end{array}$$

x の係数が半分 ← ↓ 数の項がない

10x+4=18 の両辺から 4 をひくと $10x=14$

両辺を 2 でわると $5x=7$

答 両辺から 4 をひいてから、2 でわった

類題 96 次の等式のうち、たがいに変形できるものは、どれとどれですか。

- (1) $x-2=8$ (2) $3x-3=9$ (3) $2x+8=0$
 (4) $2x=20$ (5) $5+x=1$ (6) $12=3x$

類題 97 次の問い合わせに答えなさい。

- (1) $a-3=b+5$ の両辺に 3 を加えると、どのような等式ができるますか。

(2) $-\frac{1}{2}x+5=\frac{2}{3}x-4$ について、次のおおのはどうなりますか。

- ① 両辺に 6 をかけるとき。
- ② ①の等式の両辺から 30 をひくとき。
- ③ ②の等式の両辺から $4x$ をひくとき。
- ④ ③の等式の両辺を -7 でわるととき。

- (3) 次の□にあてはまる数は何ですか。

$3x+4=5$ ならば $3x=$ □ である。これは等式の両辺から □ をひくことによってできる等式。

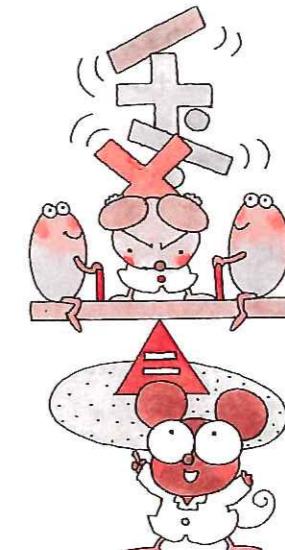
等式の性質
 $A=B$ のとき
 ① $A+C=B+C$
 ② $A-C=B-C$
 ③ $A \times C=B \times C$
 ④ $A \div C=B \div C (C \neq 0)$

方程式

参考 等式には、次のような性質もある。これを等式の性質⑤としておこう。

等式の性質⑤
 等式の両辺を入れかえても、等式は成り立つ。
 $A=B$ ならば $B=A$

参考 等式の性質②は負の数を加えると、等式の性質①になる。
 また、等式の性質④は逆数をかけると、等式の性質③になる。



チェックテスト

① x の変域を $\{-3, -2, -1, 0\}$ とするとき、次の方程式を解きなさい。

(1) $3x-1=-7$

(2) $2(x+3)=4$

(3) $\frac{1}{2}x-3=-4$

(4) $\frac{2}{3}x+1=-\frac{3}{4}x-\frac{13}{4}$

② 次の方程式の中から、 $x=2$ が解であるものを選び出しなさい。

(1) $2x-3=5$

(2) $3x=x+4$

(3) $x-1=2x+1$

解答

① (1) $x=-2$ (2) $x=-1$ (3) $x=-2$ (4) $x=-3$

② (2)

定期テスト予想問題

解答 ⇒ 別冊 p.22

1 [変域]

① x の変域を $\{-4, -3, -2, -1, 0\}$ とするとき、次の方程式を解きなさい。

(1) $2x+3=-5$

(2) $7-3x=2x+22$

(3) $4x+7=-3-6x$

(4) $3(x-2)=-16-2x$

(5) $\frac{2}{3}x-\frac{x-3}{6}=0$

(6) $\frac{x}{2}-1=\frac{x}{4}+2\frac{1}{2}$

2 [方程式の解]

② 次の方程式の中から、 $x=4$ が解であるものを選び出しなさい。

(1) $8=3+2x$

(2) $2x=4x-8$

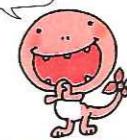
(3) $4x-5=x+7$

ベストガイド

① -4 から 0 までの整数を、各方程式に代入していき、
方程式を成り立てるものを選ぶ。

② $x=4$ を各方程式に代入したとき、方程式が成り立てば、
 $x=4$ がその方程式の解。

テスト前にも見なそう



2 方程式の解き方

教科書のまとめ

1 等式の性質と方程式、移項

⇒ 例題84

□ 等式の性質と方程式 … 方程式を解くには、等式の性質を用いて方程式の形を変え、
 $x=\text{数}$ の形にすればよい。

(例) $2x+8=-12$

$$\begin{aligned} 2x &= -12-8 \\ 2x &= -20 \\ x &= -10 \end{aligned}$$

↓これが解

等式の性質
 $A=B$ ならば、次のことが成り立つ。

- ① $A+C=B+C$
- ② $A-C=B-C$
- ③ $A\times C=B\times C$
- ④ $A\div C=B\div C (C\neq 0)$

□ 移項 … 一方の辺にある項を、符号を変えて他の辺に移すことを移項という。

$$\begin{aligned} 5x &\quad -4 = 2x+5 \\ 5x &= 2x + 5 + 4 \\ 5x &\quad -2x = 5+4 \end{aligned}$$

↓-4を移項
↓2xを移項

2 1次方程式の解き方

⇒ 例題85~89, 91

□ 1次方程式 … 移項して整理すると、 $ax=b$ の形に変形できる方程式。

□ 1次方程式の解き方

① 移項して文字の項を左辺に、数の項を右辺に集める。

② 両辺をそれぞれ計算し、 $ax=b$ の形にする。

③ x の係数 a で両辺をわる。

$$\begin{aligned} 4x &\quad -7 = 2x - 3 \\ 4x &\quad -2x = -3 + 7 \\ 2x &= 4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

↓両辺を2でわった

3 比例式

⇒ 例題90

□ 比例式 … $a:b=c:d$ のような比が等しい式を比例式といふ。一般的に比例式にふくまれる文字の値を求めるこれを比例式を解くといふ。

□ 比例式の性質 … 比例式の外側の項の積と内側の項の積は等しい。

$$\overbrace{ad}^{外項} : \overbrace{bc}^{内項} = a : b = c : d$$

例題研究

基本例題で基礎をためよう。標準例題、発展例題で実力をのばそう。

84 基本例題

等式の性質と方程式

- 等式の性質を利用して、次の方程式を解きなさい。
- (1) $x-9=-6$
 - (2) $x+16=0$
 - (3) $-\frac{x}{8}=6$
 - (4) $-4x=20$

考え方 変域が明示されていないとき、**数を方程式に代入**していつて解を求ることは不可能に近い。そこで、次のようにする。

ポイント [等式の性質を利用して方程式を解く]
方程式を变形して、 **$x=数$** の形に導く。

- (1) $x-9=-6$
 $x-9+9=-6+9$ ←両辺に9を加える
 $x=3$ 答
- (2) $x+16=0$
 $x+16-16=0-16$ ←両辺から16をひく
 $x=-16$ 答
- (3) $-\frac{x}{8}=6$
 $-\frac{x}{8} \times (-8)=6 \times (-8)$ ←両辺に-8をかける
 $x=-48$ 答
- (4) $-4x=20$
 $\frac{-4x}{-4}=\frac{20}{-4}$ ←両辺を-4でわる
 $x=-5$ 答

類題 98 次の□にあてはまるものを入れなさい。

- (1) $2x+1=-x+4$
両辺から□をひくと
 $2x=-x+3$
- (2) $\frac{2}{3}x=6$
両辺に□をかけると
 $2x=18$
- 両辺に□を加えると
 $3x=3$
- 両辺を□でわると
 $x=1$

類題 99 等式の性質を利用して、次の方程式を解きなさい。

- (1) $3-4x=12$
- (2) $-16=2x+4$
- (3) $x+9=3-2x$
- (4) $\frac{2}{5}x+\frac{1}{2}=\frac{1}{4}x-1$

方程式を变形して、 **$x=数$** の形に導く。

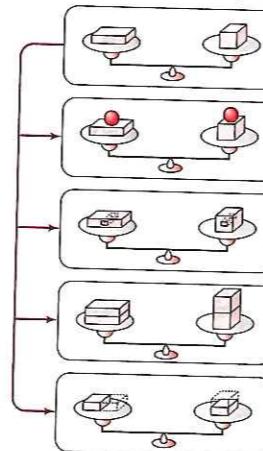
→ **コチ** 方程式に数値を代入していくて解を求めるのは大変。まして、 x の変域が示されていない場合は不可能に近い。
だが、方程式は文字についての条件を表したものとみなせるから、

x=数

の形に変形すれば方程式が解けたことになる。

→ **注意** ひき算は負の数を加える、わり算は逆数をかけると考えられる。
すると、(2)では両辺に-16を加える、(4)では両辺に $-\frac{1}{4}$ をかける、としてもよい。

《等式の性質の意味》



85 基本例題

1次方程式の解き方

次の方程式を解きなさい。

(1) $2x+8=-2$

(2) $3x-8=5x+4$

考え方 方程式の文字の項を左辺に、数の項を右辺に集めることによって、方程式を解くことができる。解き方の手順は、

ポイント

- ① 文字の項を左辺に、数の項を右辺に集める。
(移項する)
- ② 両辺をそれぞれ計算し、 **$ax=b$** の形にする。
- ③ **x の係数 a で両辺をわる。**

注意 移項…一方の辺にある項を、**符号を変えて他の辺に移すこと**

(1) $2x+8=-2$
↑右辺に移項する

$2x=-2-8$

$2x=-10$

$x=-5$ 答

(2) $3x-8=5x+4$
↑↑-8を右辺、5xを左辺に移項する

$3x-5x=4+8$

$-2x=12$

$x=-6$ 答

類題 100 次のようにして方程式を解いた。□をうめなさい。

(1) $5-3x=-x$

文字の項は左辺に、数の項は右辺に集めると

$-3x+x=\square$

$\square x=\square$

$x=\square$

(2) $x-2=-6x+8$

文字の項は左辺に、数の項は右辺に集めると

$x+\square=8+\square$

$\square x=\square$

$x=\square$

類題 101 次の方程式を解きなさい。

(1) $-2=x+6$ (2) $11-4x=-5$

(3) $7x-3=4x+9$ (4) $13-6x=25-9x$

(5) $-7-3x=5x+65$

(6) $20-8x=36+8x$

$ax=b$ の形に変形できる方程式が1次方程式。

注意

1次方程式は、
1次式と1次式
または、1次式と数
を等号で結んだ形の方程式
とみることもできる。
また、文字が x である
方程式を
 x についての方程式
ということがある。

方程式を解くことは、
等式の性質を用いて
新しい等式を作ること。
次のように書いては
ダメ。これはマチガイ！
 $2x+8=-2$
 $=2x=-2-8$
 $=2x=-10$
 $=x=-5$



86 標準例題 かっこのある方程式

ほうていしき 次の方程式を解きなさい。

$$(1) 2x - (9x - 3) = 10 \quad (2) 2(x - 1) - 3(x + 2) = 2$$

考え方 かっこがあると、文字の項、数の項をまとめることができない。かっこをはずす必要がある。

ポイント [かっこのある方程式]
かっこをはずしてから計算する。

$$(1) 2x - (9x - 3) = 10 \\ \text{↑かっこ前の前がーだから、かっこの中の項の符号を変える} \\ 2x - 9x + 3 = 10$$

$$\begin{aligned} 2x - 9x &= 10 - 3 \\ -7x &= 7 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

.....答

$$(2) 2(x - 1) - 3(x + 2) = 2 \\ \text{↑} 2 \times x - 2 \times 1 \\ 2x - 2 - 3x - 6 = 2 \\ 2x - 3x = 2 + 2 + 6 \\ -x = 10 \\ x = -10$$

.....答

類題 102 次の方程式を解きなさい。

$$(1) 2(x + 4) = 12 \quad (2) 5(2y - 1) = 3(y + 10) \\ (3) 3 - 2(3x - 4) = -7 \quad (4) 3x - 5 - 2(2x - 7) = 0$$

87 標準例題 係数に小数をふくんだ方程式

次の方程式を解きなさい。

$$(1) 1.4x + 2.8 = 2.1x \quad (2) 1.5x - 1.37 = 0.7x + 0.23$$

考え方 係数が小数のままでも解は求められるが、わり算を間違えやすい。両辺を何倍かして係数を整数にすると、楽に解ける。

ポイント 係数に小数をふくんだ方程式では、両辺に10, 100,をかけて、係数を整数になおすとよい。

$$(1) 1.4x + 2.8 = 2.1x \\ \text{両辺に} 10 \text{をかける} \\ 14x + 28 = 21x \\ 14x - 21x = -28 \\ -7x = -28 \\ x = 4$$

.....答

かっこのある方程式は、かっこをはずす。

コーキ かっこをはずすときは、かっこ外にある数(符号もふくめて)をかっこ中の各項に直接かければよい。

だが、符号を除いた数だけをかっこ中の各項にかけて、かっこ外を符号だけにしてから

$$\begin{aligned} +(a-b) &= +a-b \\ -(a-b) &= -a+b \end{aligned}$$

のように、かっこをはずす方法もあるので覚えておこう。

たとえば、
 $-3(x+2) = -(3x+6)$
 $= -3x - 6$

注意 検算…求めた数をもとの方程式に代入する。等式が成り立てば、その数はもとの方程式の解である。

係数に小数をふくんだ方程式は、両辺を何倍かして小数を整数になおすとよい。

コーキ 数の項だけが小数ならば、そのまま解けばよい。

たとえば、
 $3x + 1.4 = -1.1 - 2x$
では
 $3x + 2x = -1.1 - 1.4$
 $5x = -2.5$
 $x = -0.5$
のようにすればよい。

$$(2) 1.5x - 1.37 = 0.7x + 0.23 \\ \text{両辺に} 100 \text{をかける} \\ 150x - 137 = 70x + 23 \\ 150x - 70x = 23 + 137 \\ 80x = 160$$

$$x = 2 \quad \dots\dots\text{答}$$

類題 103 次の方程式を解きなさい。

$$\begin{array}{ll} (1) 0.5x - 3 = 5.5 & (2) 4.5 - x = 3.2x - 3.9 \\ (3) 1.2y = 0.7y - 2 & (4) 5 - 0.03x = 1.17x - 2.2 \\ (5) 2(x - 1.1) + 1.5 = 0.7(x - 5) + 0.2 & \end{array}$$

コーキ 両辺を100倍しないで、そのまま解くと、次のようになる。

$$\begin{aligned} 1.5x - 1.37 &= 0.7x + 0.23 \\ 1.5x - 0.7x &= 0.23 + 1.37 \end{aligned}$$

$$0.8x = 1.6$$

考え方 小数のわり算を間違えないようにしよう。

係数に分数をふくんだ方程式は、両辺を何倍かして分数を整数になおすとよい。

88 標準例題 係数に分数をふくんだ方程式

次の方程式を解きなさい。

$$(1) \frac{x}{2} - 4 = \frac{x}{3} \quad (2) \frac{2x-1}{6} = 1 - \frac{1-x}{4}$$

考え方 係数に分数をふくんだ方程式でも、両辺を何倍かして分数を整数になおしてから計算すると楽に解ける。

ポイント 係数に分数をふくんだ方程式では、両辺に分母の公倍数をかけて、分数をふくまない形になおすとよい。

なお、なるべく能率的に計算するには、分母の最小公倍数をかけるといよい。

$$(1) \frac{x}{2} - 4 = \frac{x}{3} \\ \downarrow 4 \text{にも} 6 \text{をかける} \quad \text{両辺に} 6 \text{をかける}$$

$$3x - 24 = 2x$$

$$3x - 2x = 24$$

$$x = 24 \quad \dots\dots\text{答}$$

$$(2) \frac{2x-1}{6} = 1 - \frac{1-x}{4} \\ \downarrow 1 \text{にも} 12 \text{をかけることを忘れない} \quad \text{両辺に} 12 \text{をかける}$$

$$2(2x - 1) = 12 - 3(1 - x)$$

$$4x - 2 = 12 - 3 + 3x$$

$$4x - 3x = 12 - 3 + 2$$

$$x = 11 \quad \dots\dots\text{答}$$

類題 104 次の方程式を解きなさい。

$$\begin{array}{ll} (1) 1 = \frac{2}{9}x - \frac{1}{3} & (2) x + 1 = \frac{5x - 1}{2} \\ (3) \frac{x + 1}{2} = 1 - \frac{x - 1}{3} & (4) \frac{x - 1}{3} - \frac{2x - 3}{2} = 1 \end{array}$$

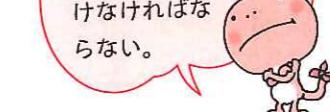
コーキ 1. 分母を払う
…例題88の考え方のように、両辺に分母の公倍数(最小公倍数)をかけて、整数の係数にすることを、分母を払うという。

2. (1)は分母を払わなくても解けるが、分母を払って計算した方が簡単。

3. 分母を払うとき、分子が1次式であるものは、(2)のように、

$2(2x - 1) = 12 - 3(1 - x)$
と、かっこをつけておくとミスが防げる。

$\frac{2x-1}{6} = 1 - \frac{1-x}{4}$
の両辺に12をかけて分母を払うとき、1の項に12をかけるのを忘れることがよくある。すべての項に12をかけなければならない。



89 発展例題 複雑な方程式

次の方程式を解きなさい。

$$\frac{3x-5}{5} - \frac{2(2x+13)}{3} = 3 - \frac{3(x+2)}{2}$$

着眼 式が複雑になっても計算のしかたは同じ。まず、両辺に**分母の最小公倍数**をかけて、分数をふくまない式になおしてから、かっこをはずす。

(解答)

$$\frac{3x-5}{5} - \frac{2(2x+13)}{3} = 3 - \frac{3(x+2)}{2} \quad \text{両辺に30をかける}$$

$$6(3x-5) - 20(2x+13) = 90 - 45(x+2)$$

$$18x - 30 - 40x - 260 = 90 - 45x - 90$$

$$18x - 40x + 45x = 90 - 90 + 30 + 260$$

$$23x = 290$$

$$x = \frac{290}{23}$$



解が整数にならない場合、
分数の形で表しておくのが一般的。

類題 105 次の方程式を解きなさい。

$$(1) \frac{1}{6}(8-x) + x - \frac{5}{3} = \frac{1}{2}(x+6) - \frac{x}{3}$$

$$(2) \frac{x-3}{12} - \frac{4x+5}{3} = \frac{3}{4} + \frac{2x-7}{6} - \frac{5x+2}{3}$$

90 標準例題 比例式

次の比例式を解きなさい。

$$(1) x : 4 = 2 : 8 \quad (2) 9 : 6 = x : 2$$

考え方 比例式を解くには、次の**比例式の性質**を用いて解くとよい。

ポイント [比例式の性質]

比例式の外側の項の積と内側の項の積は等しい。

$a : b = c : d$ ならば、 $ad = bc$

$$(1) x : 4 = 2 : 8$$

$$8x = 8$$

$$x = 1 \quad \text{……答}$$

$$(2) 9 : 6 = x : 2$$

$$6x = 18$$

$$x = 3 \quad \text{……答}$$

類題 106 次の比例式を解きなさい。

$$(1) 3 : 18 = x : 36$$

$$(2) 15 : x = 5 : 7$$

$$(3) x : \frac{1}{3} = 6 : \frac{8}{3}$$

$$(4) x : (x+2) = 4 : 5$$

比例式の性質を用いて解く。

参考 比の値を用いて解くこともできる。

$$(1) \frac{x}{4} = \frac{1}{4}$$

$$x = 1$$

$$(2) \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = \frac{x}{2}$$

$$x = 3$$

コチ 外側の項 a, d を**外項**、内側の項 b, c を**内項**ともいう。
まとめると

「外項の積と内項の積は等しい」となる。

91 発展例題 方程式の解

次の問いに答えなさい。

$$(1) 2x-1 \text{ が } 9-3x \text{ に等しくなるように } x \text{ の値を定めなさい。}$$

$$(2) \frac{x+1}{6} = 1 - \frac{a-x}{2} \text{ の解が, } x=2 \text{ となるように } a \text{ の値を定めなさい。}$$

着眼 (1) $2x-1$ が $9-3x$ に等しいことを式に表せば $2x-1=9-3x$ となる。

この**方程式を成り立てる** x の値は、**方程式の解**だから、この方程式を解けばよいことになる。

(2) $x=2$ を与えられた方程式に代入しても等式は成り立つ。

$$\frac{2+1}{6} = 1 - \frac{a-2}{2}$$

すると、 x は消えて a についての方程式ができる。

この方程式の解が、求める a の値である。

方程式の解とは、その方程式を成り立せる文字の値のこと。

(解答)

$$(1) 2x-1 \text{ が } 9-3x \text{ に等しいから}$$

$$2x-1=9-3x$$

$$2x+3x=9+1$$

$$5x=10$$

$$x=2$$

$$(2) \frac{x+1}{6} = 1 - \frac{a-x}{2} \text{ に } x=2 \text{ を代入すると}$$

$$\frac{2+1}{6} = 1 - \frac{a-2}{2}$$

$\frac{2+1}{6} = 1 - \frac{a-2}{2}$ ← a についての方程式

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{a-2}{2}$$

$1=2-a+2$ → 両辺に2をかける

$$a=3$$

答 $a=3$

再検討 方程式の解の意味

方程式の解についての問題は、高校入試にもしばしば出題される。

方程式の解

方程式を成り立せる文字の値

類題 107 次の問いに答えなさい。

$$(1) 2\text{つの式 } 4-2y \text{ と } 3y-2 \text{ が等しくなるように } y \text{ の値を定めなさい。}$$

$$(2) a=-3 \text{ のとき, } -a^2+an+3 \text{ の値が } 0 \text{ になるように, } n \text{ の値を定めなさい。}$$

$$(3) \text{方程式 } -4x-12=7(a-2x) \text{ の解は } x=4 \text{ である。このときの } a \text{ の値を求めなさい。}$$

チェックテスト

- 1 次の等式の変形には、等式の性質「 $A=B$ ならば、① $A+C=B+C$ 、② $AC=BC$ 」のうちのどれを用いていますか。また、このときのCにあたる数は何かを書きなさい。
- (1) $4x-3=5x+7$ を $4x-5x=7+3$ に変形するとき。
 (2) $4x+6=2$ を $2x+3=1$ に変形するとき。
 (3) $\frac{2}{3}x-4=6$ を $\frac{2}{3}x=10$ に変形し、さらに $x=15$ と変形するとき。

- 2 次の方程式の中で、 $2x+3=4x-5$ と解が等しくなる方程式をすべて選び、記号で答えなさい。

- (ア) $4-5x=4x$ (イ) $x-5=1$ (ウ) $\frac{x-6}{2}=4-x$ (エ) $x-\frac{5}{3}=\frac{7}{3}$
 (オ) $x-2=4x+2$ (カ) $3x=12$ (キ) $\frac{3x-3}{2}=\frac{1+2x}{3}$ (ク) $4x-1=0$

- 3 次の方程式を解きなさい。

- (1) $2x=-6$ (2) $\frac{1}{2}y=6$ (3) $t+5=0$
 (4) $a-7=2$ (5) $-4=2y$ (6) $4m=2$
 (7) $5-a=1$ (8) $4=\frac{x}{2}$ (9) $-\frac{2}{3}x=1$

- 4 次の方程式を解きなさい。

- (1) $12x+7=13$ (2) $5-4x=-11$ (3) $-2=5x+18$
 (4) $4x+3=-2x+9$ (5) $11x-3=8x+12$ (6) $-17+5x=2x-17$
 (7) $25-2x=-5-7x$ (8) $-7+8x=3+13x$ (9) $3y-4-7y=5y-10$

- 5 次の比例式を解きなさい。

- (1) $x:4=15:12$ (2) $x:16=3:4$ (3) $12:3=8:x$
 (4) $4:7=x:14$ (5) $15:x=10:18$ (6) $x:3=15:18$

解答

① (1) ①, $3-5x$ (2) ②, $\frac{1}{2}$ (3) ①, 4 で $\frac{2}{3}x=10$ に変形。また ②, $\frac{3}{2}$ で $x=15$ に変形。 ② (エ), (カ)

③ (1) $x=-3$ (2) $y=12$ (3) $t=-5$ (4) $a=9$ (5) $y=-2$ (6) $m=\frac{1}{2}$ (7) $a=4$ (8) $x=8$ (9) $x=-\frac{3}{2}$

④ (1) $x=\frac{1}{2}$ (2) $x=4$ (3) $x=-4$ (4) $x=1$ (5) $x=5$ (6) $x=0$ (7) $x=-6$ (8) $x=-2$ (9) $y=\frac{2}{3}$

⑤ (1) $x=5$ (2) $x=12$ (3) $x=2$ (4) $x=8$ (5) $x=6$ (6) $x=\frac{5}{2}$

定期テスト予想問題

解答 ⇒ 別冊 p.23

3章

方程式

1 [かっこのある方程式]

次の方程式を解きなさい。

- (1) $x-8=3(x+4)$ (2) $3x-(2-x)=18$ (3) $8=x-5(x-4)$
 (4) $4x-5(1-x)=-6$ (5) $2x=3(3x+5)+4(x-1)$ (6) $7-5(x-2)=5-3(x+3)$
 (7) $7x-3(x-5)=12-(x+7)$ (8) $x-\{2x-3(5+4x)\}=14$

2 [係数に小数や分数をふくんだ方程式]

次の方程式を解きなさい。

- (1) $-5.2+0.7x=1.1$ (2) $5-0.3y=1.1y-3.4$
 (3) $1.33-2.3x=-1.67-3.05x$ (4) $-(6-4x)=0.4(3x-8)$
 (5) $x+\frac{4}{5}=-\frac{2}{3}$ (6) $\frac{2}{3}x+\frac{1}{4}=-\frac{5}{12}$ (7) $-6=8-\frac{2}{5}x$
 (8) $\frac{3}{4}x=\frac{2x-3}{6}+\frac{1}{2}$ (9) $3(x-1)=\frac{5x-1}{7}+2x$ (10) $\frac{x+6}{3}-\frac{x+2}{4}=\frac{x+4}{5}$

3 [比例式]

次の比例式を解きなさい。

- (1) $x:(x+3)=3:4$ (2) $(x-5):3=x:4$ (3) $x:4=1.6:6.4$
 (4) $7.2:4.8=45:x$ (5) $x:\frac{1}{2}=6:\frac{7}{2}$ (6) $3:x=\frac{1}{3}:\frac{5}{2}$

4 [文字について解く]

次の式を、〔 〕の中に示された文字について解きなさい。

- (1) $a(x+m)=c$ [x] (2) $S=2(ab+bc+ca)$ [a]
 (3) $V=v\left(1+\frac{t}{273}\right)$ [t] (4) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{x}$ [b]

5 [方程式の解]

次の問い合わせに答えなさい。

- (1) $-2x+3$ が $10-4x$ の4倍に等しいとき、 x の値を求めなさい。
 (2) x についての方程式 $5-\frac{a-4x}{3}=2x$ の解が -2 であるとき、 a の値を求めなさい。
 (3) x についての方程式 $\frac{x+a}{3}=1+\frac{a-x}{2}$ の解が 2 であるとき、 a の値を求めなさい。

ベストガイド

① まず、かっこをはずす。

② 係数に小数や分数がふくまれているから、両辺を何倍かして係数を整数にするとよい。

③ 比例式の性質を用いれば、方程式と同じ。

④ (1) は $x=\sim$, (2) は $a=\sim$ の形に変形すればよい。⑤ (1) $-2x+3$ が $4(10-4x)$ に等しい。(2) $x=-2$ を代入すると、 a についての方程式になる。

3 方程式の応用

教科書のまとめ

1 方程式を用いて問題を解く手順

□ 応用問題を解く手順

- ① 問題の意味をよく考え、何を x で表すかをきめる。
→ 求めるものを x とおくのがふつうである。だが、他のものを x とおくと式が作りやすいこともある。
- ② 問題にふくまれている数量を、 x を用いて表す。
→ 等しい関係にある 2 つの数量や、1 つの数量で 2 通りにみられるものを探す。
- ③ ②より、方程式を作る。
→ 方程式を作るときは、単位をそろえておく。
- ④ その方程式を解き、解を求める。
→ 方程式の解き方は、すでに学習すみ。
- ⑤ 求めた解が問題に適するかどうかを調べて、答えを定める。
→ 与えられた条件にあてはまっているかどうかの検討が必要。

⇒ 例題92, 93, 97, 99



解が分数(小数)
や負の数のときは注意!



2 いろいろな公式

□ 方程式を解くときに用いる主な公式

● とけているものの重さ = 全体の重さ × 浓度

● 距離 = 速さ × 時間, 時間 = $\frac{\text{距離}}{\text{速さ}}$, 速さ = $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$

● 定価 = 原価 × (1 + 利益率), 売価 = 定価 - 割引高
↑ 定価 = 原価 + 利益

割引率 = $\frac{\text{割引高}}{\text{定価}}$

利益率 = $\frac{\text{利益}}{\text{原価}}$

↑ 売価でない。注意

● 代金 = 単価 × 個数



例題研究

基本例題で基礎をかためよう。標準例題、発展例題で実力をのばそう。

3
章方
程
式

ふつうは、求めるものを x とおく。

コチ 求めるものが 3 つある場合でも、どれか 1 つをきめれば、他の 2 つはきまることが多い。

いちばん小さい数を x とおくと、3 つの整数は $x, x+1, x+2$ となり、いちばん大きい数を x とおくと、3 つの整数は $x-2, x-1, x$ と表せる。

参考 未知数…方程式にふくまれている文字のこと、未知数という。

92 基本例題 数に関する問題

2, 3, 4 のように連続する 3 つの整数があって、それらの和は 102 である。この 3 つの整数を求めなさい。

考え方 求める整数は 3 つだが、ある 1 つのものを x とおけばよい。

ポイント [連続する 3 つの整数]
まん中の数を x とおく。

まん中の整数を x とおくと、連続した 3 つの整数は、

$$x-1, x, x+1$$

この 3 つの整数の和が 102 だから

$$(x-1) + x + (x+1) = 102$$

これを解くと $x = 34$

したがって、3 つの整数は $33, 34, 35$
↑ $33+34+35=102$

これは問題に適している。

答 33, 34, 35

類題 108 連続する 3 つの整数の和が 144 になるとき、最大の数を求めなさい。

93 標準例題 過不足に関する問題

ある学級で、運動会の賞品に鉛筆をもらいました。これを各人に 3 本ずつ分けると 16 本余り、4 本ずつ分けると 24 本不足する。鉛筆は何本ありますか。

考え方 学級の生徒の人数を x 人とすると、鉛筆の本数に変化はないので、

$$3x+16 = 4x-24$$

これを解くと $x = 40$

鉛筆の本数は $3 \times 40 + 16 = 136$ (本)
↑ $136-3 \times 40 = 16$ (本)余り。

これは問題に適している。

答 136 本

類題 109 ある学級で、運動用具を買う費用として 1 人 500 円ずつ集めると、実際に必要な費用より 900 円多くなります。

また、1 人 450 円ずつ集めると 600 円不足します。過不足なく集めるには、1 人につき何円ずつ集めればよいでしょう。

この問題では、求めるものを x とおくと、方程式が立てにくい。

コチ 方程式を立てると、必ずしも求めるものを x とおく必要はない。

式が立てやすいように x をきめてよい。

例題 93 を鉛筆の本数を x 本として、方程式を立てると、

$$\frac{x-16}{3} = \frac{x+28}{4}$$

となる。

94 標準例題

濃度に関する問題

5%の食塩水が240gある。これを水でうすめて1.5%の食塩水を作るには、何gの水を加えればよいでしょう。

考え方 水でうすめても食塩の量は変わらない。そこで、食塩の量を2通りの方法で表す。

ポイント とけているものの重さ=全体の重さ×濃度
(食塩) (食塩水)

$$\begin{aligned} x \text{ g の水を加えるとすると、食塩の量は} \\ \text{うすめる前} & \cdots \cdots \cdots 240 \times 0.05(\text{g}) \xrightarrow{\text{同じ量}} \\ \text{うすめた後} & \cdots \cdots \cdots (240+x) \times 0.015(\text{g}) \leftarrow \\ \text{ゆえに}, 240 \times 0.05 & = (240+x) \times 0.015 \\ 12000 & = 3600 + 15x \\ 12000 - 3600 & = 15x \\ 8400 & = 15x \\ x & = 560 \\ \text{食塩の量は} & 240 \times 0.05 = 12(\text{g}) \\ \text{うすめてからの食塩水の量は} & 240 + 560 = 800(\text{g}) \\ \text{濃度は} & 12 \div 800 = 0.015 \rightarrow 1.5\% \\ \text{これは問題に適している。} & \end{aligned}$$

類題 110 12%の食塩水と7%の食塩水を混ぜて、10%の食塩水を1000g作りたい。何gずつ混ぜればよいでしょう。

95 標準例題 距離に関する問題

A市からB市まで、毎時10kmの速さの自転車で行くとすると、毎時60kmの速さの自動車で行くよりも1時間半かかる。A、B間の距離はいくらでしょう。

考え方 距離、時間、速さの間には、次のような関係がある。

ポイント 距離=速さ×時間 時間= $\frac{\text{距離}}{\text{速さ}}$ 速さ= $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$

この問題は、A、B間の距離をx kmとして、時間についての方程式を立てればよい。

$$\begin{aligned} \text{自転車の所要時間} & \frac{x}{10} \text{ 時間} \\ \text{自動車の所要時間} & \frac{x}{60} \text{ 時間} \\ \text{ゆえに}, \frac{x}{10} & = \frac{x}{60} + 1.5 \leftarrow \text{両辺に } 60 \\ 6x & = x + 90 \quad \text{をかける} \end{aligned}$$

とけている食塩の量は変わらない。

コーキ 食塩水の濃度(濃さ)などについては、次のような関係がある。

$$\begin{aligned} \text{食塩の重さ} & = \text{食塩水の重さ} \times \text{濃度} \\ \text{濃度} & = \frac{\text{食塩の重さ}}{\text{食塩水の重さ}} \end{aligned}$$

注意 百分率は小数や分数におすとよい。
小数におすと $p\% = 0.01p$
分数におすと $p\% = \frac{1}{100}p$

かかった時間についての方程式を作る。

コーキ 距離、時間、速さに関しては、左のような3つの関係がある。

どれを利用するのがいちばん便利かを正しく判断する。また、これらの単位は、そろえておかなければならないことはいうまでもない。

距離	時間	速さ
km	時間	km/時
m	分	m/分

$$x = 18 \leftarrow \text{自転車の所要時間} \quad \frac{18}{10} = 1.8 \text{ (時間)}$$

$$\begin{aligned} \text{自動車の所要時間} & \frac{18}{60} = 0.3 \text{ (時間)} \\ 1.8 - 0.3 & = 1.5 \text{ (時間)} \end{aligned}$$

これは問題に適している。

答 18km

類題 111 時速40kmの自動車が、1時間前に出発したトラックを追いかけたところ、出発後ちょうど3時間で追いついた。トラックの速さはいくらですか。

類題 112 A市からB町へ行くのに、時速18kmで行くと、時速20kmで行くよりも10分よけいにかかる。A、B間の距離は何kmですか。

コーキ 問題文中にふくまれている数量の種類は、ふつう2種類か、3種類。例題95では、時間、距離、速さの3種類の数量がふくまれている。そして、距離をx kmとして、時間についての方程式を作った。一般に、xで表した数量以外の数量について方程式を作るのが、立式のコツだといえる。

原価…仕入れた値段。
定価…原価に利益を加えたもの。
売価…実際に売った値段。

96 標準例題 売買に関する問題

ある品物に、原価の2割の利益を見込んで定価をつけたが、売れないで定価を600円安くして売った。すると、原価に対して1割の損になったという。この品物の原価を求めなさい。

考え方 原価、定価、利益率、および定価、割引高、売価の間には、次のような関係がある。

ポイント 定価=原価×(1+利益率)
売価=定価-割引高

原価をx円とすると、利益率は0.2だから

$$\text{定価は } x \times (1+0.2) = 1.2x \text{ (円)}$$

$$\text{売価は } (1.2x - 600) \text{ 円}$$

$$\text{また、売価は原価の1割の損になるから } (1-0.1)x = 0.9x \text{ (円)}$$

$$\text{ゆえに, } 1.2x - 600 = 0.9x$$

$$3x = 6000$$

$$x = \frac{2000}{3}$$

$$2\text{割増しの定価は } 2000 \times 1.2 = 2400 \text{ (円)}$$

$$\text{売価は } 2400 - 600 = 1800 \text{ (円)}$$

$$1800 \div 2000 = 0.9 \text{ で原価に対して1割の損になっている。}$$

これは問題に適している。

答 2000円

類題 113 90000円でA、B2つの品物を仕入れ、Aでは1割2分の利益を上げ、Bでは8分の損をしたが、全体では合計2800円の利益を得た。

A、Bの品物の原価を求めなさい。

コーキ 売買についての応用問題では、割引率、利益率、などの用語もよく出てくる。

割引率は割引高の定価に対する比の値で、利益率は利益の原価に対する比の値である。

$$\text{割引率} = \frac{\text{割引高}}{\text{定価}}$$

$$\text{利益率} = \frac{\text{利益}}{\text{原価}}$$

分母の定価と原価を間違えないようにしよう。

割引高は定価をもとにし、利益は原価をもとにしていると考えればよい。

コーキ 歩合を小数で表すと、次のようになる。

$$\begin{aligned} 1\text{割} & \cdots \cdots 0.1 \\ 1\text{分} & \cdots \cdots 0.01 \\ 1\text{厘} & \cdots \cdots 0.001 \end{aligned}$$

97 標準例題

解を解釈する問題

AとBは、毎月それぞれ500円ずつ貯金している。現在、Aの貯金額は8000円で、Bの貯金額は5000円であるという。Aの貯金額がBの貯金額の2倍になるのはいつですか。

考え方 x か月後に、Aの貯金額がBの貯金額の2倍になるとすると、 x か月後のAの貯金額は $(8000+500x)$ 円

求めた解がそのまま問題に適するとは限らない

コチ 方程式の答えが負の数になったが、負の数の意味をうまく解釈して解を求めた。「負の数だからダメだ」と早がてんしないようにしよう。

また、個数や人数を求めている問題なのに、解が分数や小数となれば問題に適さない。この場合は解がないのだから、答えは

「解なし」

としておけばよい。

いずれにしても、**方程式を立てて問題を解いたときは**、たとえ自然数が出てきても、それが**問題にあてはまるかどうか**を確かめてみる**必要**がある。

Bの貯金額は $(5000+500x)$ 円

Aの貯金額はBの貯金額の2倍に等しいから

$$8000+500x=2(5000+500x)$$

$$8000+500x=10000+1000x$$

$$-500x=2000$$

$$x=-4$$

いまから、 -4 か月後は4か月前と考えることができます。

4か月前のAの貯金額は $8000-500 \times 4=6000$ (円)

Bの貯金額は $5000-500 \times 4=3000$ (円)

AはBの2倍になっている。

これは問題に適している。

答 4か月前

ポイント

[解の取り扱い方]

方程式が解けたあと、

① x の値がそのまま答えになる

(個数を求める場合、 $x=5 \Rightarrow 5$ 個)

② 問題に適するようにいいかえる

(何ヶ月後かを求める場合、 $x=-4 \Rightarrow 4$ か月前)

③ 解がない

(人数を求める場合、 $x=5.5 \Rightarrow$ 解なし)

類題 114 いま、父の年令は48才、子の年令は18才である。

いつ父の年令が子の年令の4倍になりますか。

類題 115 A君は、鉛筆を10本買ひに行った。鉛筆は1本80円のと、160円のとしかない。80円のと160円のとを混ぜて10本買ひ、代金が1000円になるようにしたい。

それぞれ何本ずつ買えばよいでしょう。

類題 116 ある劇場の入場料は、おとなが750円、子どもが350円で、座席の数は520席である。満席の場合、入場料の合計が275000円をこえるためには、おとなは何人はいればよいでしょう。

ミニ知識 方程式の歴史

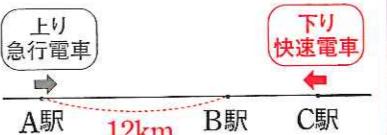
紀元前1700年ごろのエジプトのアーメスという人が書いた**パピルス**(草で作った紙に書いたもの、p.70参照)や、バビロニアの粘土板(ねんどばん)にも簡単な1次方程式になる問題が見られる。

本当に求めた解で矛盾はない?

**98 発展例題**

距離に関する問題

右の図で、上り急行電車がA駅を通過したとき、下り快速電車がC駅を発車し、下り快速電車がB駅に到着してから3分後に、上り急行電車がB駅を通過した。



上り急行電車の時速を80km、下り快速電車の時速を60kmとすると、B駅とC駅との距離はいくらですか。ただし、A、B駅間の距離は12kmである。

着眼 距離、時間、速さに関する問題だが、問題文中に「3分後に、…」とある。だから、時間についての方程式

が立てられないか検討する。

上り急行電車がA駅からB駅まで行くのにかかる時間は、下り快速電車がC駅からB駅まで行くのにかかる時間より3分だけ長い。

解答 B駅とC駅との間の距離を x kmとすると、

上り急行電車がA駅からB駅まで行くのにかかる時間は、 $\frac{12}{80}$ 時間

下り快速電車が、C駅からB駅に行くのにかかる時間は、 $\frac{x}{60}$ 時間

ゆえに、方程式は $\frac{12}{80} = \frac{x}{60} + \frac{3}{60}$

↑ 単位を「時間」にそろえた

$$36=4x+12$$

$$x=6$$

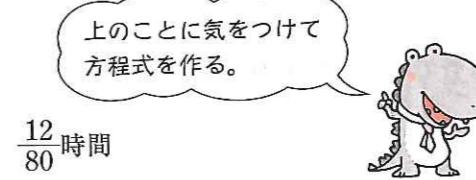
B駅とC駅との間の距離を6kmとする。

上り急行電車がA駅からB駅まで行くのにかかる時間は、 $\frac{12}{80} = \frac{3}{20}$ (時間)

下り快速電車がC駅からB駅まで行くのにかかる時間は、 $\frac{6}{60} = \frac{1}{10}$ (時間)

$$\frac{3}{20} - \frac{1}{10} = \frac{3}{60}$$
 (時間)

これは問題に適している。



答 6km

類題 117 東西にまっすぐのびている道を、兄と弟とが別々に西から東へ向かって、兄は毎時7km、弟は毎時5kmの速さで進んでいく。

正午には、兄はA地点を通過し、同時に弟はA地点の6km東にあるB地点を通過した。

(1) 兄が弟に追いつくのは、何時何分ですか。

(2) 兄が弟より4km東へくるのは、午後何時ですか。



99 発展例題 水量に関する問題

ある家のプールを満水にするのに、毎時 20m^3 の割合で注入する A 管を使うと、C 管を使うより 1 時間 20 分少なくてすむ。また、毎時 24m^3 の割合で注入する B 管を使うと、C 管を使うより 2 時間少なくてすむという。

C 管のみを使った場合、満水までにかかる時間と、1 時間あたりの注入量を求めなさい。

着眼 求めるものが、C 管だけ使ったときの満水までにかかる時間と C 管の 1 時間あたりの注入量と 2 つある。だが、問題文中の 1 時間 20 分、2 時間は、C 管だけで満水までにかかる時間を基準にしたもの。

だから、これを x 時間とおくとよい。

C 管だけで満水までにかかる時間を x 時間とする

$$\text{A 管での注入量} = 20 \times \left(x - 1\frac{1}{3}\right) \text{m}^3$$

1 時間 20 分 = $1\frac{1}{3}$ 時間

$$\text{B 管での注入量} = 24 \times (x - 2) \text{m}^3$$

$$\text{A 管での注入量} = \text{B 管での注入量}$$

解答 C 管だけで満水までにかかる時間を x 時間とすると

$$20\left(x - 1\frac{1}{3}\right) = 24(x - 2)$$

C 管は 1 時間あたり 15m^3 注入でき、 $5\frac{1}{3}$ 時間で満水になるとす

$$20x - \frac{80}{3} = 24x - 48$$

ると、プールに入る水の量は、 $15 \times 5\frac{1}{3} = 80(\text{m}^3)$

$$-4x = -\frac{64}{3}$$

A 管では $80 \div 20 = 4$ (時間)

$$x = 5\frac{1}{3}$$

B 管では $80 \div 24 = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$ (時間) でいっぱいになる。

C 管だけで満水までにかかる時間を $5\frac{1}{3}$ 時間とすると、C 管の 1 時間あたりの注入量は、

$$\left[20 \times \left(5\frac{1}{3} - 1\frac{1}{3}\right)\right] \div 5\frac{1}{3} = 15(\text{m}^3)$$

これは問題に適している。

答 満水までにかかる時間…5 時間 20 分、1 時間あたりの注入量… 15m^3

再検討

方程式の立式に注意！

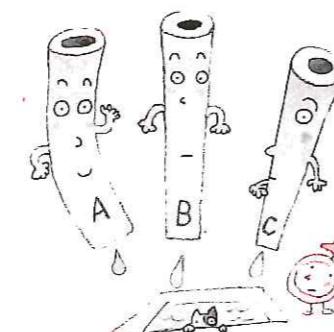
本問で、C 管の 1 時間あたりの注入量を $x\text{m}^3$ とすると、方程式

$$1\frac{1}{3} \div \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{20}\right) = 2 \div \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{24}\right)$$

類題 118 3 時と 4 時の間に、時計の長針と短針とが、たがいに反対側に一直線になるのは何時何分ですか。

類題 119 A だけでは 12 日、B だけでは 15 日かかる仕事がある。この仕事を 2 人でいっしょに始めたが、A は仕上がるまでに 6 日休んだという。

仕事が終わるまでに何日かかりましたか。

**100 発展例題** 3 けたの数に関する問題

袋の中に、カード 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 がそれぞれ 1 枚ずつ、計 9 枚はいっている。A と B が、かわるがわる 1 枚ずつ、それぞれ 3 枚取り出した。2 人はその 3 枚ずつのカードを取り出した順にそれぞれ左から 1 列に並べた。結果は下のようだ。A の 1 枚目は 6 で B の 2 枚目は 8 であり、3 枚目をくらべたら、B のカードの数は A のカードの数より 3 だけ大きかった。また、3 枚のカードの数をそれぞれ合計したら、A は 15、B は 17 になった。

[A と B が取り出したカード]

1 枚目	2 枚目	3 枚目	3 枚の数の合計
A: 6	□	□	15
B: □	8	□	17

↑ A の 3 枚目の数より 3 だけ大きい

(1) ① 袋の中に残っている 3 枚のカードの数の合計を求めなさい。

② A が 3 枚目に取り出したカードの数を x とするとき、B が 1 枚目に取り出したカードの数を表す式を求めなさい。

(2) 次に、A と B は、図のように並べてあるカードの数を、それぞれ左から順に百の位、十の位、一の位とする 3 けたの整数を作った。すると、A の整数のほうが B の整数より 367 だけ大きかった。

このとき、A と B が取り出した 3 枚ずつのカードの数を求め、それぞれ取り出した順に左から書きなさい。

着眼 一度、問題文を読んだ後、設問にしたがって、問題文を読みなおしてみる。

(1) ① 9 枚のカードの数の合計 - (A, B のカードの数の合計)

② $17 - (8 + 3$ 枚目のカードの数)

(2) x を求めれば、A, B が取り出したすべてのカードの数が出る。

3 けたの整数について方程式を作る。

解答 (1) ① 9 枚のカードの数の合計は 45 だから

$$45 - (15 + 17) = 13 \quad \text{答}$$

② B の 3 枚目のカードの数は $x+3$ だから,

$$17 - \{8 + (x+3)\} = 6 - x \quad \text{答}$$

(2) A の 2 枚目のカードの数は $15 - (6+x) = 9-x$

よって、 $6 \times 100 + (9-x) \times 10 + x = (6-x) \times 100 + 8 \times 10 + (x+3) + 367$

これを解くと、 $x = 4$

B の 1 枚目のカードの数は $6 - 4 = 2$

A の 2 枚目のカードの数は $9 - 4 = 5$

袋の中に残っている数 1, 3, 9 合計すると 13

これらは問題に適している。

答 A…6, 5, 4 B…2, 8, 7

類題 120 十の位の数が 4 である 2 けたの正の整数がある。この数の十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできる数は、もとの数より 9 だけ大きくなるという。

もとの整数を求めなさい。

チェックテスト

- ① 連続する3つの整数の和が183になるとき、最大の数を求めなさい。
- ② 2%の食塩水が150gある。これを水でうすめて1.5%の食塩水を作るには、何gの水を加えればよいでしょう。
- ③ 家から公園まで、毎分300mの速さの自転車で行くとすると、毎分100mの速さで歩く人よりも12分早く着く。家から公園までの道のりはいくらですか。

解答

- ① 62 (考え方) 最大の数を x とすると、 $(x-2)+(x-1)+x=183$
- ② 50g (考え方) うすめる水を xg とおくと、 $0.02 \times 150 = 0.015(150+x)$
- ③ 1800m (考え方) 家から公園までの道のりを xm とおくと $\frac{x}{300} + 12 = \frac{x}{100}$

グレードアップ

さらに知識を広げよう

変域がすべての数のときの方程式

- 方程式のウマイ解き方は？
 - x の変域をすべての数としたとき、方程式の解はどうにして求めればよいだろうか。
• 適当な数値を代入して等式が成立するかどうかを調べることから求めるのは大変である。
• そこで、 x の変域をすべての数としたとき、うまく方程式を解く方法を考えることが、この節で学んだ「方程式の解き方」である。
• ところで、方程式は変数 x についての条件を示したもので、その条件を満たすような値をみつけることが「方程式を解く」ということである。
• $-6+4x=-2$ という条件を満たす x の値と $4x=4$ を満たす x の値は同じであり、さらに $x=1$ という方程式を満たす x の値と同じである。
• $-6+4x=-2$ という等式を变形して $x=1$ という等式を導くことができれば、解はすぐわかる。これが方程式を解くときの基本の考え方である。
- 方程式を解くとは？
 - $-6+4x=-2$ という条件を満たす x の値と $4x=4$ を満たす x の値は同じであり、さらに $x=1$ という方程式を満たす x の値と同じである。
• $-6+4x=-2$ という等式を变形して $x=1$ という等式を導くことができれば、解はすぐわかる。これが方程式を解くときの基本の考え方である。

$$\begin{array}{r} -6+4x=-2 \\ \downarrow \\ 4x=4 \\ \downarrow \\ x=1 \end{array}$$

定期テスト予想問題

解答⇒別冊 p.25

3章

方程式

1 [数に関する問題]

次の各問に答えなさい。

- (1) ある数から5をひいた数を3でわり、その商にもとの数の2倍を加えると3になるという。ある数を求めなさい。
- (2) 3けたの正の整数がある。この整数の百の位の数字は2で、これを末位に移し、その他の数字を1けたずつ上に移してできる整数は、はじめの整数より81だけ大きいという。はじめの整数を求めなさい。

2 [売買に関する問題]

次の各問に答えなさい。

- (1) 1個150円のりんごと1個200円のなしをあわせて15個買うのに、りんごとなしの個数をとりちがえたので、予定より250円高くついた。はじめ、りんごとなしをそれぞれ何個買うつもりでしたか。
- (2) A, B 2つの商品があり、仕入れ値段は A のほうが500円安い。また、A に2割5分、B に2割の利益を見込んで定価をつけると、A のほうが550円安くなる。仕入れ値段はそれいくらですか。
- (3) 400円のかごに1個140円のりんごと1個180円のなしとをあわせて20個入れ、全体で3600円にしたい。それぞれ何個入れればよいでしょう。

3 [過不足に関する問題]

次の各問に答えなさい。

- (1) 井戸の水面までの深さを測ろうと思って、なわを2つ折りにして入れると1.8m余り、3つ折りにして入れると0.2m余った。この井戸の水面までの深さは何mですか。
- (2) 生徒を講堂へ入れるのに、長いす1脚に3人ずつかけさせたら79人の生徒がかけられなかった。そこで、1脚に5人ずつかけさせたら、1脚の長いすだけが4人がけとなつた。生徒数を求めなさい。

4 [距離に関する問題]

Pは時速40kmの自動車でA地を出発してB地に向かった。だが、出発後15分で忘れ物に気づいたので、速さをはじめの半分だけ増してA地にもどり、ただちにその速さでB地に向かって予定より10分遅れてB地に到着した。A, B両地間の距離を求めなさい。

ベストガイド

- ① (2) 初めの整数を $200+x$ と表してみる。
- ② (1) りんごを x 個買う予定とすると、なしは $(15-x)$ 個買うことになる。(2) Bの仕入れ値段を x 円とすると、Aの仕入れ値段は $(x-500)$ 円。
- ③ (1) 水面までの深さを xm として、なわの長さを2通りに表してみる。(2) 長いすの数を x 脚とすると、方程式は立てやすい。
- ④ 折り返した地点までの距離は10km

⑤ [食塩水に関する問題]

次の各問い合わせに答えなさい。

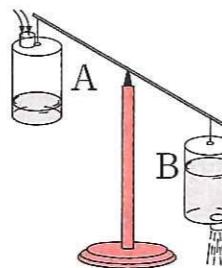
- (1) 3%の食塩水が 240g ある。4%の食塩水を作るには、食塩を何 g 加えればよいでしょう。
- (2) 4%の食塩水が 120g ある。これに水を加えて 3%の食塩水にするつもりが誤って水を 100g 加えたので、3%よりもうすくなってしまった。これから水を蒸発させて 3%の食塩水にするには、何 g の水を蒸発させればよいでしょう。

⑥ [水量のつり合いに関する問題]

右の図のように、左側に水が 4L はいっている容器 A があり、これには毎分 a L の割合で水がはいっていく。右側には水が 23L はいっている容器 B があり、これから毎分 b L の割合で水が出ていく。

ただし、容器の重さは等しいものとする。

- (1) いまから t 分後に、左右の容器の水の量が等しくなってつりあうとして、 a , b , t の関係を式で表しましょう。
- (2) $a=2$, $b=3$ のとき、何分後につりあいますか。



⑦ [距離・速さ・時間に関する問題]

P町とQ町の間は 3km の1本道でつながっている。A, B, C の3人がP町からQ町へ、DはQ町からP町へ 10 時の時報とともに動き始めた。DはまずBに出会い、その後8分後にCに出会い、さらにその10分後にAと出会った。AとDの速さを毎分 50m として、次の問い合わせに答えなさい。

- (1) DとBが出会うまでの時間を x 分として、これを求める式を作った。(ア)にあてはまるものは式、(イ)にあてはまるものは数として、□にあてはまるものを求めなさい。
DとAが出会ったのは出発してから□分後。このとき、Dが歩いた距離は、
 $50 \times \boxed{?}$ (m), Aが歩いた距離も $50 \times \boxed{?}$ (m)であるから、
 $50 \times \boxed{?} + 50 \times \boxed{?} = \boxed{?}$ という方程式ができる。
- (2) DとBが出会ったのは出発してから何分後ですか。
- (3) Bの速さを求めなさい。

⑧ [追いつくまでの時間に関する問題]

駅へ行くために兄が家を出てから 10 分後に、忘れ物があったので弟が自転車で兄を追いかけた。兄は毎分 80m の速さで歩き、弟は毎分 280m で走るすると、弟が家を出てから何分後に兄に追いつきますか。家から駅までは 1km あるとして解きなさい。

ベストガイド

- (1) 食塩を x g 加えれば全体の量も x g 増える。
- (2) x g 蒸発せると、食塩水の量は $(120+100-x)$ g になる。
- (3) A には at L はいり、B からは bt L 出ていく。
- (4) A と D は同じ速さだから、出会うまでに 3km の半

分ずつ歩いたことになる。

- (3) Dと出会うまでの 12 分間で、どれだけ歩いたかを調べる。
- (4) 求めた解が問題にあっていているかどうかを調べる。

制限時間 50 分
解答 ⇒ 別冊 p.26

得点

入試問題にチャレンジ 6

3 章

方程式

[各5点 計20点]

1 次の方程式を解きなさい。

- (1) $x+11=-5x+16$
- (2) $3x-8=7(x+4)$
- (3) $\frac{x-1}{4}=2x-3$
- (4) $\frac{1}{2}x-1=\frac{x-2}{5}$

[栃木]

[東京]

[佐賀]

[島根]

2 次の問い合わせに答えなさい。

[各5点 計15点]

- (1) x についての方程式 $3x+a=8$ の解が $x=5$ となるとき、 a の値を求めなさい。[新潟]
- (2) x についての方程式 $x+2a=7x-8$ の解が $x=4$ であるとき、 a の値を求めなさい。[三重]

- (3) x についての1次方程式 $\frac{x+a}{3}=2a+1$ の解が $x=-7$ であるとき、 a の値を求めなさい。[茨城]

3 AさんとBさん2人の所持金を合計すると5000円であった。2人とも400円の買い物をしたところ、Aさんの所持金はBさんの所持金の2倍となった。Aさんの買い物をする前の所持金は何円か、求めなさい。

[7点] [愛知]

4 鉛筆を何人かの生徒に配るのに、1人に6本ずつ配ると5本余り、7本ずつ配ると3本足りない。鉛筆は何本か、求めなさい。

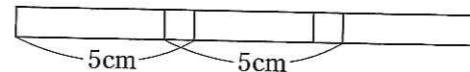
[7点] [大分]

5 $1+3+5=9$, $7+9+11=27$ のように連続した3個の奇数の和を考える。和が471になると、3個の奇数のうち最も大きい数を求めなさい。

[7点] [兵庫・園田学園高]

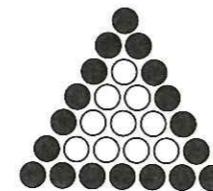
- 6 現在、兄の年齢は弟の年齢の2倍であり、5年後兄の年齢の2倍と弟の年齢の3倍が等しくなる。現在の兄の年齢を求めなさい。
[7点] [大阪商業大堺高]

- 7 右の図のように、横の長さが5cmの長方形のテープがあります。のりしろを1cmとり、その部分を重ねてつなぎ合わせていきます。次の問い合わせに答えなさい。
(1) 7枚つなぎ合わせたとき、横の長さを求めなさい。
(2) a 枚つなぎ合わせたとき、横の長さを a を用いて表しなさい。
(3) 何枚つなぎ合わせたとき、横の長さが181cmになりました。つなぎ合わせたテープの枚数を求めなさい。
[兵庫・神港学園神港高]



[各5点 計15点]

- 8 右の図は、1辺に同じ個数の黒の碁石を並べて正三角形の形を作り、その内側に白の碁石を並べた図である。このような方法で、全部で120個の碁石をつかって並べたとき、白の碁石が黒の碁石より36個多かった。このとき、正三角形の1辺に並んだ黒の碁石の個数を求めなさい。
[7点] [滋賀]



- 9 ある学校の昨年の生徒数は480人であったが、昨年とくらべて今年は男子が2%減少し、女子が5%増加したので、全体の生徒数は10人増加した。昨年の男子の生徒数を求めなさい。
[7点] [高知]

- 10 ある本を、1日50ページずつ毎日読むと、最後の日は42ページになり、1日45ページずつ毎日読むと、2日延びますが、最後の日は2ページになります。この本のページ数を求めなさい。
[8点] [奈良・帝塚山高]

制限時間 50分
解答⇒別冊 p.27
得点3章
方程式

入試問題にチャレンジ 7

- 1 次の方程式を解きなさい。

- (1) $-0.02(2x+1)-0.12(5x+3)=-0.3$
- (2) $0.4 : 1.2 = (2x+1) : (6-x)$
- (3) $0.25(3x-1) = \frac{1-2x}{3} + 1$
- (4) $\frac{4x+2}{3} - \frac{3x+1}{2} = 1$

[各5点 計20点]

[兵庫・報徳学園高]

[兵庫・関西学院高]

[大阪・金光八尾高]

[大阪・関西大倉高]

- 2 5%の食塩水と8%の食塩水を混ぜて、7%の食塩水240gを作りたい。5%の食塩水は何gにすればよいですか。
[10点] [智弁学園和歌山高]

- 3 花子さんの家から学校までの道のりは1200mである。ある朝、花子さんは、学校の始業時刻の17分前に家を出て、途中のA地点までは分速100mで走り、A地点から学校までは分速60mで歩いたところ、始業時刻の2分前に学校に到着した。花子さんの家からA地点までの道のりは何mか、求めなさい。
[10点] [愛知]

- 4 岡山朝日高校では毎年7月下旬に、1年生の希望者を対象に富士登山を実施しています。ある年の参加者は全部で108人でした。登山終了後、また登ってみたいかどうかを参加者全員に聞いたところ、また登ってみたいと答えた参加者の割合は参加者全体の $\frac{3}{4}$ でした。男女別にみると、男子参加者全体の $\frac{7}{10}$ 、女子参加者全体の $\frac{13}{16}$ が、また登ってみたいと答えました。その年の参加者108人のうち、男子参加者全体の人数を方程式を用いて求めなさい。
[10点] [岡山朝日高]

- 5 健さんと恵さんは、次の問題を、それぞれ異なる考え方で解こうとした。あとの問い合わせなさい。

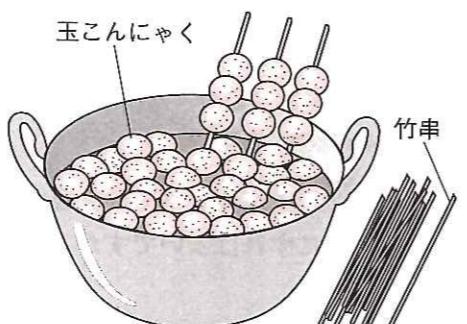
[各10点 計20点]

[問題]

なべの中に何個かの玉こんにゃくがあり、これを竹串に3個ずつさしていく。すべての竹串にさし終えたところ、玉こんにゃくが18個残った。そこで、3個ずつさしてある竹串に、残った玉こんにゃくをもう1個ずつさして4個ずつにしていくと、残っている玉こんにゃくはすべてなくなったが、3個ずつさしてある竹串が5本残った。竹串の本数と玉こんにゃくの個数を求めなさい。

- (1) 健さんは、竹串の本数を x 本として玉こんにゃくの個数を2通りに表し、1次方程式を作り、この問題を解こうと考えた。健さんの考え方で、 x についての1次方程式を作り、竹串の本数と玉こんにゃくの個数を求めなさい。解き方は書かなくてよい。

- (2) 恵さんは、玉こんにゃくの個数を x 個として竹串の本数を2通りに表し、1次方程式を作り、この問題を解こうと考えた。恵さんの考え方で、 x についての1次方程式を作りなさい。



[山形]

- 6 ある商店では1個 x 円で商品を100個仕入れて、30%の利益を見込んで定価をつけた。1ヶ月でこの商品は90個売れ、売上金額は105,300円であった。翌月に売れ残った10個を、定価の $\alpha\%$ 引きの値段で売ったところ全部売れた。仕入れたこの商品100個についての利益の総額は22,320円となった。次の問い合わせに答えなさい。

[各10点 計20点]

- (1) 仕入れ価格 x を求めなさい。
(2) α の値を求めなさい。

[京都・立命館宇治高]

- 7 12時ちょうどから、時計の短針と長針のなす角度がはじめて 110° になるのは何分後か答えなさい。

[10点] [大阪・星翔高]

4章

比例と反比例



3 章 方程式

類題

● 本冊 p.105~107

93 (3)

解説 (2) 左辺 = $3+x$ (4) 左辺 = $3x$ 94 (1) $x = -3$ (2) $x = -4$ (3) $x = -1$ (4) $x = -2$ 解説 それぞれ、方程式の x に -5 から -1 までの整数を代入し、等号が成立するものを選ぶ。

95 (1) (ア), (ケ), (コ)

(2) (イ), (オ), (キ), (サ)

解説 (1) では -3 を、(2) では 0 を、各方程式の x に代入し、等号が成立するものを選ぶ。

96 (1) と (4), (2) と (6), (3) と (5)

解説 (1) の両辺を 2 倍すると $2x-4=16$ 両辺に 4 をたすと $2x=20$ (2) の両辺に 3 をたすと $3x=12$ (5) の両辺を 2 倍すると $10+2x=2$ 両辺から 2 をひくと $8+2x=0$ 97 (1) $a=b+8$ (2) ① $-3x+30=4x-24$ ② $-3x=4x-54$ (3) $-7x=-54$ (4) $x=\frac{54}{7}$

(3) 順に、1, 4

解説 (1) $a-3+3=b+5+3$ (2) ① $(-\frac{1}{2}x+5) \times 6 = (\frac{2}{3}x-4) \times 6$ ② $-3x+30-30=4x-24-30$ (3) $-3x-4x=4x-54-4x$ (4) $-7x \times (-\frac{1}{7}) = -54 \times (-\frac{1}{7})$

定期テスト予想問題

● 本冊 p.108

1 (1) $x = -4$ (2) $x = -3$ (3) $x = -1$ (4) $x = -2$ (5) $x = -1$ (6) 解なし解説 $\{-4, -3, -2, -1, 0\}$ を、各方程式の x に代入し、成立しない場合は、「解なし」とする。

2 (2), (3)

解説 (2) $2 \times 4 = 4 \times 4 - 8$
(3) $4 \times 4 - 5 = 4 + 7$

類題

● 本冊 p.110~115

98 (1) 順に、1, x , 3 (2) 順に、3, 299 (1) $x = -\frac{9}{4}$ (2) $x = -10$ (3) $x = -2$ (4) $x = -10$ 解説 (1) 両辺から 3 をひいて、 -4 でわる。

(2) 両辺から 4 をひいて 2 でわる。

(3) 両辺から 9 をひいて $2x$ をたし、3 でわる。(4) 両辺に 20 をかけると、 $8x+10=5x-20$ この両辺から 10 をひいて、 $5x$ をひいて、3 でわる。100 (1) 順に、 $-5, -2, -5, \frac{5}{2}$ (2) 順に、 $6x, 2, 7, 10, \frac{10}{7}$ 101 (1) $x = -8$ (2) $x = 4$ (3) $x = 4$ (4) $x = 4$ (5) $x = -9$ (6) $x = -1$ 解説 (2) $-4x = -5-11$ (3) $7x-4x = 9+3$ (4) $-6x+9x = 25-13$ (5) $-3x-5x = 65+7$ (6) $-8x-8x = 36-20$ 102 (1) $x = 2$ (2) $y = 5$ (3) $x = 3$ (4) $x = 9$ 解説 (1) $2x+8=12$ (2) $10y-5=3y+30$ (3) $3-6x+8=-7$ (4) $3x-5-4x+14=0$ 103 (1) $x = 17$ (2) $x = 2$ (3) $y = -4$ (4) $x = 6$ (5) $x = -2$

解説 (1), (2), (3), (5) 両辺に 10 をかける。

(4) 両辺に 100 をかける。

104 (1) $x = 6$ (2) $x = 1$ (3) $x = 1$ (4) $x = \frac{1}{4}$ 解説 (1) $9 = 2x-3$ $12 = 2x$ $x = 6$ (2) $2x+2 = 5x-1$ $3 = 3x$ $x = 1$ (3) $3(x+1) = 6-2(x-1)$ $3x+3 = 6-2x+2$ $5x = 5$ $x = 1$ (4) $2(x-1)-3(2x-3) = 6$ $2x-2-6x+9 = 6$ $4x = 1$ $x = \frac{1}{4}$ 105 (1) $x = 5$ (2) $x = 10$ 解説 (1) 両辺に 6 をかける。
(2) 両辺に 12 をかける。106 (1) $x = 6$ (2) $x = 21$ (3) $x = \frac{3}{4}$ (4) $x = 8$ 解説 (1) $18x = 108$ $x = 6$ (2) $5x = 105$ $x = 21$ (3) $\frac{8}{3}x = 2$ $x = \frac{3}{4}$ (4) $5x = 4x+8$ $x = 8$ 107 (1) $y = \frac{6}{5}$ (2) $n = -2$ (3) $a = 4$ 解説 (1) $4-2y = 3y-2$ $6 = 5y$ $y = \frac{6}{5}$ (2) $a = -3$ を与式に代入すると、 $-(-3)^2-3n+3$ この式の値が 0 になるのだから、 $-(-3)^2-3n+3=0$ この n の値を求めればよい。(3) $-4 \times 4-12=7(a-2 \times 4)$

定期テスト予想問題

● 本冊 p.117

1 (1) $x = -10$ (2) $x = 5$ (3) $x = 3$ (4) $x = -\frac{1}{9}$ (5) $x = -1$ (6) $x = \frac{21}{2}$ (7) $x = -2$ (8) $x = -\frac{1}{11}$ 解説 (1) $x-8 = 3x+12$ (2) $3x-2+x = 18$ (3) $8 = x-5x+20$ (4) $4x-5+5x = -6$ (5) $2x = 9x+15+4x-4$ (6) $7-5x+10 = 5-3x-9$ (7) $7x-3x+15 = 12-x-7$ (8) $x-(2x-15-12x) = 14$ $x-2x+15+12x = 14$ 2 (1) $x = 9$ (2) $y = 6$ (3) $x = -4$ (4) $x = 1$ (5) $x = -\frac{22}{15}$ (6) $x = -1$ (7) $x = 35$ (8) $x = 0$ (9) $x = 10$ (10) $x = 6$ 解説 (1) $-52+7x = 11$ (2) $50-3y = 11y-34$ (3) $133-230x = -167-305x$ (4) $-10(6-4x) = 4(3x-8)$ (5) $15x+12 = -10$ (6) $8x+3 = -5$ (7) $-30 = 40-2x$ (8) $9x = 2(2x-3)+6$ (9) $21(x-1) = 5x-1+14x$ (10) $20(x+6)-15(x+2) = 12(x+4)$ 3 (1) $x = 9$ (2) $x = 20$ (3) $x = 1$ (4) $x = 30$ (5) $x = \frac{6}{7}$ (6) $x = \frac{45}{2}$ 解説 (1) $4x = 3x+9$ $x = 9$ (2) $4x-20 = 3x$ $x = 20$ (3) $x : 4 = 1 : 4$ より $4x = 4$ $x = 1$ (4) $3 : 2 = 45 : x$ より $3x = 90$ $x = 30$ (5) $\frac{7}{2}x = 3$ $x = \frac{6}{7}$ (6) $\frac{1}{3}x = \frac{15}{2}$ $x = \frac{45}{2}$ 4 (1) $x = \frac{c}{a}-m$ (2) $a = \frac{S}{2(b+c)} - \frac{bc}{b+c}$ (3) $t = \frac{273V}{v} - 273$ (4) $b = \frac{ax}{a-x}$ 解説 (1) $a(x+m) = c \rightarrow x+m = \frac{c}{a} \rightarrow x = \frac{c}{a} - m$ (2) $2(ab+bc+ca) = S$ $\rightarrow ab+bc+ca = \frac{S}{2} \rightarrow ab+ca = \frac{S}{2} - bc$ $\rightarrow a(b+c) = \frac{S}{2} - bc \rightarrow a = \left(\frac{S}{2} - bc\right) \times \frac{1}{b+c}$ $\rightarrow a = \frac{S}{2(b+c)} - \frac{bc}{b+c}$ (3) $v \left(1 + \frac{t}{273}\right) = V \rightarrow 1 + \frac{t}{273} = \frac{V}{v}$

ことができる。
(2) $a=2, b=3$ を(1)の式に代入して t について解けばよい。 $4+2t=23-3t \quad t=\frac{19}{5}$

⑦ (1)(ア) $(18+x)$ (イ)3000 (2)12分後

(3) 每分 200 m

解説 (3) B の速さを毎分 y m とすると、 $y \times 12 + 50 \times 12 = 3000$ これを解くと $y = 200$
12 分間に D が進んだ距離は、 $50 \times 12 = 600$ より、
600 m なので、このとき B が進んだ距離は、
 $3000 - 600 = 2400$ (m)。

⑧ 解なし(追いつけない)



弟が家を出てから x 分後に追いついたとすると、兄と弟のすすんだ距離が等しい。兄の距離は、 $(80 \times 10 + 80x)$ m, 弟の距離は $280x$ m)

方程式に表すと、 $800 + 80x = 280x$
方程式を解くと $x = 4$ より、4 分後となる。しかし、距離を計算すると、 $280 \times 4 = 1120$ (m)
駅までは 1km だから、駅に着くまでには追いつかない。

入試問題にチャレンジ 6

● 本冊 p.129~130

① (1) $x=\frac{5}{6}$ (2) $x=-9$ (3) $x=\frac{11}{7}$

(4) $x=2$

解説 (1) $x+5x=16-11 \quad 6x=5 \quad x=\frac{5}{6}$

(2) $3x-8=7x+28 \quad -4x=36 \quad x=-9$

(3) $x-1=8x-12 \quad -7x=-11 \quad x=\frac{11}{7}$

(4) $5x-10=2x-4 \quad 3x=6 \quad x=2$

② (1) $a=-7$ (2) $a=8$ (3) $a=-2$

解説 (1) 与式に $x=5$ を代入すると、

$15+a=8 \quad a=-7$

(2) 与式に $x=4$ を代入すると、 $4+2a=28-8$

$2a=16 \quad a=8$

(3) 与式に $x=-7$ を代入すると、 $\frac{-7+a}{3}=2a+1$
 $-7+a=6a+3 \quad -5a=10 \quad a=-2$

③ 3200円

解説 Aさんの買い物をする前の所持金を x 円とすると、Bさんの所持金は $(5000-x)$ 円と表せるので、
 $x-400=2(5000-x)-400$
 $x-400=-2x+9200$
 $3x=9600$
 $x=3200$

④ 53本

解説 生徒の人数を x 人とすると、鉛筆の数は $(6x+5)$ 本と $(7x-3)$ 本と表せるので、
 $6x+5=7x-3$
 $x=8$ (人) よって、鉛筆の数は $6 \times 8 + 5 = 53$ (本)

⑤ 159

解説 連続した 3 個の奇数のうち最も大きい数を x とすると、最も小さい奇数は $x-4$ 、真ん中の奇数は、 $x-2$ と表せるので、
 $x-4+x-2+x=471 \quad 3x=477 \quad x=159$

⑥ 10歳

解説 現在の兄の年齢を x 歳とすると、弟の年齢は $\frac{x}{2}$ 歳と表せるので、 $2(x+5)=3\left(\frac{x}{2}+5\right)$

$$2x+10=\frac{3x}{2}+15 \quad \frac{x}{2}=5 \quad x=10$$

⑦ (1) 29cm (2) $(4a+1)$ cm (3) 45枚

解説 (1) テープ 1 枚の横の長さは 5cm で、つなぎ目は 1cm が(枚数-1)箇所があるので、
 $5 \times 7 - (7-1) = 29$ (cm)

(2) $5 \times a - (a-1) = 4a+1$ (cm)

(3) つなぎ合わせたテープの枚数を a 枚とすると、
 $4a+1=181 \quad 4a=180 \quad a=45$

⑧ 15個

解説 黒の碁石の数を x 個とすると、白の碁石の数は $(120-x)$ 個と表せる。白は黒より 36 個多いので、 $120-x=x+36 \quad x=42$ 1 辺に n 個の黒の碁石を並べて正三角形を作るとき、その総数は $3(n-1)$ 個と表せるから、 $3(n-1)=42$
これを解いて、 $n=15$ (個)

⑨ 200人

解説 昨年の男子の生徒数を x 人とすると、昨年の女子の生徒数は $(480-x)$ 人と表せる。男子の生徒

数は昨年より 2% 減少しているので、 $0.02x$ 人減少し、女子の生徒数は昨年より 5% 増加しているので、 $0.05(480-x)$ 人増加している。全体では $| -0.02x + 0.05(480-x)|$ 人増加したことになる。よって、
 $-0.02x + 0.05(480-x) = 10$ 両辺を 100 倍して、
 $-2x + 5(480-x) = 1000 \quad -2x + 2400 - 5x = 1000$
 $-7x = -1400 \quad x = 200$
よって、昨年の男子の生徒数は 200 人

⑩ 542ページ

解説 この本を x 日で読みおえるとすると、
 $50(x-1)+42=45(x+1)+2$ より、
 $x=11$
よって、 $50(11-1)+42=542$ (ページ)

入試問題にチャレンジ 7

● 本冊 p.131~132

① (1) $x=-\frac{1}{8}$ (2) $x=\frac{3}{7}$ (3) $x=\frac{19}{17}$
(4) $x=-5$

解説 (1) $-2(2x+1)-12(5x+3)=-30$

$-4x-2-60x-36=-30 \quad -64x=8 \quad x=-\frac{1}{8}$

(2) $1 : 3 = (2x+1) : (6-x) \quad 3(2x+1) = 6-x$

$6x+3=6-x \quad 7x=3 \quad x=\frac{3}{7}$

(3) $3(3x-1)=4(1-2x)+12 \quad 9x-3=4-8x+12$

$17x=19 \quad x=\frac{19}{17}$

(4) $2(4x+2)-3(3x+1)=6 \quad 8x+4-9x-3=6$

$-x=5 \quad x=-5$

② 80g

解説 5% の食塩水を x g 混ぜたとすると、

$x \times \frac{5}{100} + (240-x) \times \frac{8}{100} = 240 \times \frac{7}{100}$

$5x+1920-8x=1680 \quad -3x=-240 \quad x=80$

③ 750m

解説 花子さんの家から A 地点までの道のりを x m とすると、A 地点から学校までは $(1200-x)$ m と表せる。

$\frac{x}{100} + \frac{1200-x}{60} + 2 = 17$

$3x+6000-5x+600=5100$

$-2x=-1500 \quad x=750$

④ 60人

解説 男子参加者全体の人数を x 人とする、女子参加者全体の人数は $(108-x)$ 人と表せる。また登ってみたいと考えた人数の関係より、

$\frac{7}{10}x + \frac{13}{16}(108-x) = 108 \times \frac{3}{4}$

$56x+65(108-x)=6480$

$56x+7020-65x=6480$

$-9x=-540 \quad x=60$

⑤ (1) 竹串 23 本、玉こんにゃく 87 個

(2) $\frac{x-18}{3}=\frac{x+5}{4}$

解説 (1) 竹串の本数を x 本とすると、
 $3x+18=4(x-5)+15 \quad 3x+18=4x-20+15$
 $-x=-23 \quad x=23$ よって、玉こんにゃくの数は、
 $3 \times 23 + 18 = 87$ (個)

(2) 玉こんにゃくを x 個とする。串の数は、玉こんにゃくを 3 個ずつさすと 18 個余るので、 $\frac{x-18}{3}$ 本 4 個ずつさすと 3 個の串が 5 本できるので、
 $\frac{x+5}{4}$ 本

よって、 $\frac{x-18}{3}=\frac{x+5}{4}$

⑥ (1) 900円 (2) $a=40$

解説 (1) $x \times \left(1 + \frac{3}{10}\right) \times 90 = 105300$

$\frac{13}{10}x \times 90 = 105300 \quad x = 900$

(2) (1) より、仕入れ価格は 900 円なので、利益の総額は、

$$900 \times 0.3 \times 90 + \left\{ 900 \times 1.3 \times \left(1 - \frac{a}{100}\right) - 900 \right\} \times 10 = 22320$$

$$24300 + \left(1170 - \frac{117}{10}a - 900 \right) \times 10 = 22320$$

$$24300 + 11700 - 117a - 9000 = 22320$$

$$-117a = -4680 \quad a = 40$$

⑦ 20 分後

解説 時計の短針と長針のなす角度がはじめて 110° になるのが x 分後とすると、

短針は 1 分間に、 $30 \div 60 = 0.5^\circ$ 長針は 1 分間に $360 \div 60 = 6^\circ$ 進むので、

$$(6 - 0.5)x = 110 \quad 5.5x = 110 \quad x = 20$$

入試ではココがねらわれる

- ▶ 「1次方程式」は、2年生で学ぶ「連立方程式」や、3年生で学ぶ「2次方程式」の基本となる単元なので、よく理解しておこう。
- ▶ 計算問題が出題される場合は、基本的なものがほとんどなので、確実に解いて得点したいものである。
- ▶ 応用問題は、速さ、距離、時間の関係に関するものが多い。よく復習しておこう。
- ▶ 応用問題は、文章を読みとる力が必要になる。
何を未知数 x にするかが、問題を解く鍵になる。
いつでも、求めるものを x とおくのが最良ではないので、よく見極めよう。図をかきながら整理をするのも良い方法である。
- ▶ 「1次方程式」として出題されなくても、様々な問題の一部に使われることが多い。比や図形などで、わからない値を求めるのに、公式や関係式を x をふくんだ形で表せば、あとは x について解くだけである。

4章 比例と反比例

類題

● 本冊 p.135~139

- 121 (1) $x < 0$ (2) $x \geq 0$ (3) $x \geq -3$
 (4) $x < -2$ (5) $5 \leq x \leq 7$ (6) $-5 < x \leq 3$
 (7) $-3 \leq x \leq 3$

122 $0 \leq x \leq 8$, $4 \leq y \leq 20$

解説 水がいっぱいになるのは,
 $(20-4) \div 2 = 8$ (分)

- 123 (1) ○ (2) ○ (3) ○ (4) ×

124 (4)

解説 (1) 同じ体重でも、背の高い人や低い人がいる。
 (2) たとえば、絶対値が3の数は、+3と-3の2つある。
 (3) 本の紙の重さや大きさによって、重さは異なる。

125 (1) 関数である。

- (2) $y = 8 - 0.5x$ (3) $0 \leq x \leq 16$, $0 \leq y \leq 8$

- (4) $y = 6.5$ (5) 6分後

解説 (3) $8 \div 0.5 = 16$

(4) (2)の式に $x=3$ を代入し、 y について解く。
 (5) (2)の式に $y=5$ を代入し、 x について解く。

126 (ア), (ウ)

解説 (1) DCの長さは6cmで一定。

127 (1) $y = 5x$, 関数である。

(2) $y = x^2$, 関数である。

128 (1) $y = 25x$ (2) $y = x + 1$

y の変域…2以上の整数

解説 (1) 正方形の1つの面積は、 $5 \times 5 = 25(\text{cm}^2)$

(2) $x=1$ のとき $y=2$, x が1増加すると y は1ずつ増加する。

定期テスト予想問題

● 本冊 p.141

- 1 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ○

- 2 (1) {-1, 1, 3, 5}
 (2) {-4, -1, 2, 5} (3) {0, 2, 8}

- 3 (1) $y = 48 - 3x$ (2) $0 \leq x \leq 8$, $24 \leq y \leq 48$

$$(3) y = 39 \quad (4) x = \frac{23}{3}$$

$$\text{解説 } (1) y = \frac{(8-x)+8 \times 6}{2} = 48 - 3x$$

$$(4) 25 = 48 - 3x \text{ より } 3x = 23$$

- 4 (1) $y = -2x + 1$, 関数である。

- (2) $y^2 = x$, 関数でない。

解説 $x=1$ のときの y の値は、 $y=1$ と $y=-1$ の2つある。

類題

● 本冊 p.143~146

- 129 比例するもの (1), (3)

$$\text{比例定数 (1) } -6 \quad (3) \frac{1}{3}$$

- 130 (1) $y = 180x$, 比例定数180

- (2) $y = 10ax$, 比例定数10a

解説 比例することを示す1つの方法として式に表すことがある。

式が $y=ax$ の形になれば比例することを示している。

(2) は単位がちがうので等式に表すときには単位をそろえることに注意。

$$xm = 100x \text{ cm } y = \frac{a}{10} \times 100x \rightarrow y = 10ax$$

- 131 (1) 順に, $\frac{3}{4}, 9, 16, 15$

- (2) 順に, -33, 18, -9, 9

解説 関係を表す式を作ればよい。

$$(1) y = \frac{3}{4}x \quad (2) y = -\frac{2}{3}x \quad \text{たとえば (1) で}$$

$$x=1 \text{ のとき } y = \frac{3}{4} \times 1 = \frac{3}{4}$$

$$y=12 \text{ のとき } 12 = \frac{3}{4}x$$

$$x=12 \div \frac{3}{4} = 12 \times \frac{4}{3} = 16$$

- 132 (1) $y = -3x$ (2) $y = \frac{3}{2}x$

解説 (1) $-15 = a \times 5$ より $a = -3$

$$(2) -21 = a \times (-14) \text{ より } a = \frac{3}{2}$$

- 133 $33\frac{1}{3}L$

解説 $x L$ で y km走ることができると考えると,
 $y = ax$ と表せる。