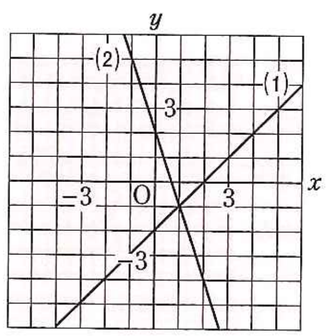
定期テスト予想問題

解答 ⇒ 別冊 *p.21*

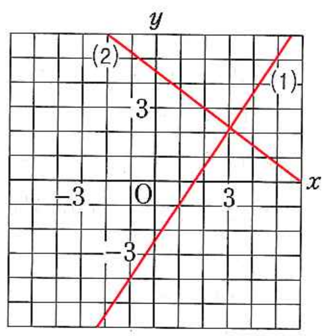
1 ［1次関数の式］
次の条件を満たす1次関数の式を求めなさい。
(1) 変化の割合が2で，$x=5$ のとき $y=3$
(2) 変化の割合が -4 で，$x=2$ のとき $y=0$
(3) $x=4$ のとき $y=1$ で，x が4増加すると y が4増加する。
(4) $x=-3$ のとき $y=-2$ で，x が2増加すると y は4減少する。
(5) $x=1$ のとき $y=-2$，$x=3$ のとき $y=4$ となる。
(6) $x=-2$ のとき $y=-14$，$x=2$ のとき $y=-6$ となる。

2 ［直線の式］
次の条件を満たす直線の式を求めなさい。
(1) 点 $(2,\ 5)$ を通り，傾きが4
(2) 点 $(-3,\ 3)$ を通り，傾きが $\frac{2}{3}$
(3) 直線 $y=2x-4$ に平行で，点 $(5,\ 4)$ を通る。
(4) 直線 $y=-7x+4$ に平行で，点 $(1,\ -5)$ を通る。
(5) 2点 $(1,\ 1)$，$(2,\ 8)$ を通る。
(6) 2点 $(-3,\ 25)$，$(2,\ 0)$ を通る。
(7) 2点 $(1,\ 1)$，$(5,\ 4)$ を通る。

3 ［図から直線の式を求める①］
下の図の直線の式を求めなさい。



4 ［図から直線の式を求める②］
下の図の直線の式を求めなさい。



ベストガイド

1 (1)(2) 変化の割合 $=a$ と考える。
(3)(4) 変化の割合 $=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$
(5)(6) $y=ax+b$ に x，y の値を代入してできた連立方程式を解き，a，b を決める。

2 (3)(4) 平行な直線は傾きが等しい。
(5)〜(7) $y=ax+b$ に座標を代入して連立方程式を解き，a，b を決める。

3 グラフから，切片と傾きを読みとる。

4 グラフから，切片は読みとれないので，傾きと，x，y の座標が整数である点を見つけ，b を決める。

3 1次関数と方程式

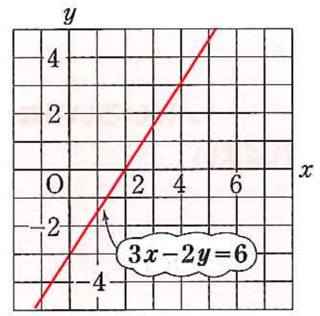
教科書のまとめ

1 2元1次方程式のグラフ

⇨ 例題66〜68

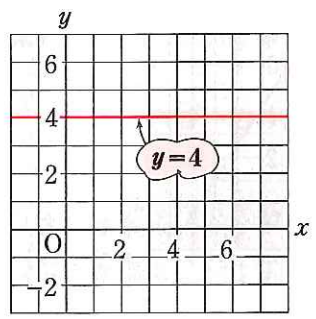
□ $ax+by=c\ (a\neq0,\ b\neq0)$ のグラフ … 2元1次方程式 $ax+by=c$ のグラフは直線。

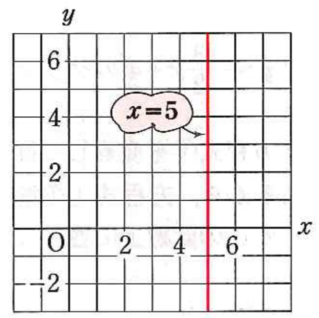
(例) 2元1次方程式 $3x-2y=6$ を y について解くと，$y=\frac{3}{2}x-3$ となるので，方程式 $3x-2y=6$ のグラフは，右の図のような直線になる。



□ $y=k$ のグラフ，$x=h$ のグラフ
$y=k$ のグラフは点 $(0,\ k)$ を通り，x 軸に平行な直線。
$x=h$ のグラフは点 $(h,\ 0)$ を通り，y 軸に平行な直線。

(例) $y=4$，$x=5$ のグラフは，それぞれ下の図のような直線になる。





2 連立方程式とグラフ

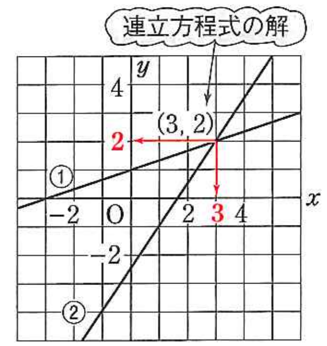
⇨ 例題69〜73

□ 連立2元1次方程式の解とグラフ … 解はそれぞれの方程式のグラフの交点の座標になっている。

(例) 連立2元1次方程式

$$\begin{cases} -x+3y=3 & \cdots① \\ 3x-2y=5 & \cdots② \end{cases}$$

の解は，①，②の直線の交点の x 座標，y 座標から $x=3$，$y=2$ となる。



例題研究

基本例題で基礎をかためよう。標準例題，**発展例題**で実力をのばそう。

66 基本例題　$ax+by=c$ のグラフ①

x，y についての2元1次方程式 $3x+2y=8$ のグラフをかきなさい。

2元1次方程式 $ax+by=c$ のグラフは，$a\neq0$，$b\neq0$ のとき，**傾き $-\frac{a}{b}$，切片 $\frac{c}{b}$ の直線**を表す。

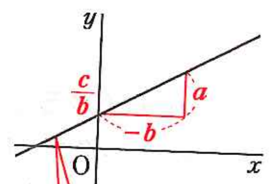
考え方　$3x+2y=8$ …① を成り立たせる x，y の値の組，つまり解は無数にある。これを求めるには，①を変形して

$$y=-\frac{3}{2}x+4 \quad \cdots②$$

とし，②の **x にいろいろな値を代入して，それに対応する y の値を求めればよい**。たとえば，x に整数を代入すると，次のようになる。

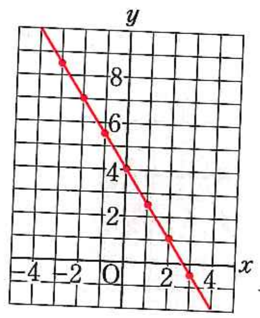
x	……	-3	-2	-1	0	1	2	3	……
y	……	8.5	7	5.5	4	2.5	1	-0.5	……

この x，y の値の組を座標とする点をとってみると，下のように1つの直線上に並ぶことがわかる。



この直線の傾きは $-\frac{3}{2}$，切片は4であるから，この直線は，1次関数 $y=-\frac{3}{2}x+4$ のグラフと考えられる。

一方，この1次関数と方程式①を変形して得た②の式とは同じであるから，方程式①の解を座標とする点はすべてこの直線上に並ぶことになる。



したがって，①の解を座標とする点の集まり，つまりグラフは，直線 $y=-\frac{3}{2}x+4$ である。

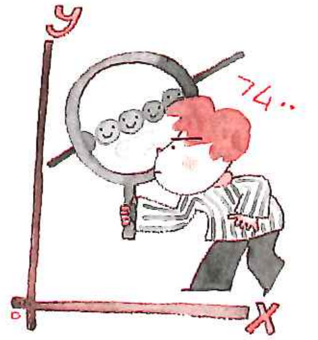
この直線を，**方程式 $3x+2y=8$ のグラフ**という。

参考　$a=0$ または $b=0$ のときについては，p.99で学習する。また $ax+by=c$ のグラフである直線のことを，**直線 $ax+by=c$** といい，方程式 $ax+by=c$ をこの**直線の方程式**という。

コーチ　2元1次方程式の解とグラフ
方程式 $ax+by=c$ の解を座標とする点の集まりが，方程式 $ax+by=c$ のグラフである。

ポイント
方程式 $ax+by=c$ $(a\neq0,\ b\neq0)$ のグラフは，1次関数 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$ のグラフと同じ直線。

答　上の図の直線



類題69　次の2元1次方程式のグラフをかきなさい。

(1) $3x-4y=8$　(2) $5x+3y=0$　(3) $x+4y-12=0$

類題70　上の類題69の方程式のグラフで，点 $(12,\ 0)$ を通るものはどれですか。

67 基本例題　$ax+by=c$ のグラフ②

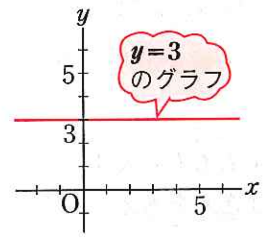
次の方程式のグラフをかきなさい。

(1) $2y=6$　(2) $x=-2$

$y=k$ や $x=h$ の形の式も，2元1次方程式とみると，そのグラフは直線になる。

考え方　**$ax+by=0$ で，a，b の一方が0の場合のグラフ**である。

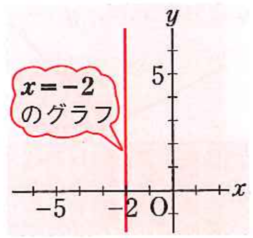
(1) 方程式 $2y=6$ は，$ax+by=c$ で $a=0$，$b=2$，$c=6$ の場合，つまり，$0\times x+2y=6$ の場合と考えられる。両辺を2でわると，$y=3$ となり，x の値が何であろうと y の値が3であれば，この式にあてはまるわけである。したがって，この方程式の解を座標とする点の集まりは，右の図のように，点 $(0,\ 3)$ を通り，x 軸に平行な直線上の点全体となる。



答　右の図

コーチ　2つの変数 x，y についての条件式に，たとえば $3x-2y=6$ のように，x も y もはいっているときには，グラフは直線になった。ここでは，特別な場合として，x，y についての条件が，$2y=6$ とか $x=-2$ のように，一方の変数しかない場合を考えている。

(2) 方程式 $x=-2$ は，$ax+by=c$ で，$a=1$，$b=0$，$c=-2$ の場合，つまり $x+0\times y=-2$ の場合で，y の値が何であろうと x の値が -2 であれば，この式にあてはまるわけである。したがって，この方程式の解を座標とする点の集まりは，点 $(-2,\ 0)$ を通り，y 軸に平行な直線上の点全体となる。



答　右の図

参考　たんに「$x=-2$」と書いてあれば，「x は -2 に等しい」という意味になる。ここでは，2つの変数 x，y の条件として $x=-2$ と書かれていると考える。

3章 1次関数

ポイント
$y=k$ のグラフは，x 軸に平行な直線。
$x=h$ のグラフは，y 軸に平行な直線。

類題71　次の方程式のグラフをかきなさい。

(1) $2y-10=0$　(2) $25+5x=0$

グレードアップ　さらに知識を広げよう　方程式 $ax+by=c$ のグラフ

○ 2元1次方程式のグラフは直線

ここでは2元1次方程式 $ax+by=c$ のグラフについてまとめておこう。

$a\neq0$，$b\neq0$ の場合は $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$ で，**傾き $-\frac{a}{b}$，切片 $\frac{c}{b}$ の直線**。

$a=0$，$b\neq0$ の場合は $y=\frac{c}{b}$ で，**点 $\left(0,\ \frac{c}{b}\right)$ を通り，x 軸に平行な直線**。

$a\neq0$，$b=0$ の場合は $x=\frac{c}{a}$ で，**点 $\left(\frac{c}{a},\ 0\right)$ を通り，y 軸に平行な直線**。

68 標準例題 $ax+by=c$ のグラフ③

次の方程式のグラフをかき，x 軸，y 軸との交点の座標を求めなさい。

(1) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}=1$　　(2) $3x-2y=6$

方程式 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ のグラフは，**x 軸上の a と y 軸上の b** を通る直線。

考え方 (1)を y について解くと，$y=-2x+6$ となるので，グラフは傾きが -2，切片が6の直線となる。また，(2)についても y について解けば，$y=\dfrac{3}{2}x-3$ となるので，傾きが $\dfrac{3}{2}$，切片が -3 の直線をかけばよいことがわかる。
このようにしてグラフをかいてももちろんよいが，ここでは(1)のような形をした方程式のグラフのかき方を考えてみよう。

(1) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}=1$ で，$y=0$ とおくと $x=3$，$x=0$ とおくと $y=6$ となるので，このグラフは2点 $(3,\ 0)$，$(0,\ 6)$ を通る直線となる。

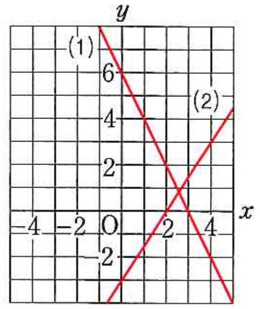
一般に $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ の形をした方程式は，$y=0$ とおくと $x=a$，$x=0$ とおくと $y=b$ となるので，そのグラフは，2点 $(a,\ 0)$，$(0,\ b)$ を通る直線になる。

ポイント 方程式 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ のグラフは，**2点 $(a,\ 0)$，$(0,\ b)$ を通る直線。**

(2) 方程式 $3x-2y=6$ を上のように変形してみよう。
両辺を6でわると

$$\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=1$$

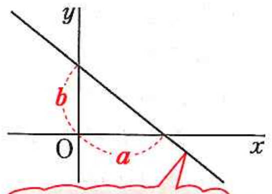
となる。
したがって，この方程式のグラフは，2点 $(2,\ 0)$，$(0,\ -3)$ を通る直線となる。



答 (1)，(2)ともグラフは上の図。x 軸，y 軸との交点はそれぞれ
(1) $(3,\ 0)$，$(0,\ 6)$　　(2) $(2,\ 0)$，$(0,\ -3)$

類題72 次の方程式のグラフをかき，x 軸，y 軸との交点の座標を求めなさい。

(1) $\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{4}=-1$　　(2) $0.2x+0.25y=1$



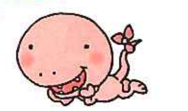
$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ のグラフ

参考 直線が y 軸を切る点の y 座標を **y 切片**というように，直線が x 軸を切る点の x 座標を **x 切片**という。これから方程式 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ のグラフは，x 切片が a，y 切片が b の直線といってもよいことがわかる。

コーチ $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ で，a, b が整数でないときには，$y=px+q$ の形に変形してからグラフをかくほうがよいこともある。

注意 この式は，もちろん $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-3}=1$ と同じだから，$a=2$，$b=-3$ と考えている。

$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ は x 切片が a，y の切片が b の直線。



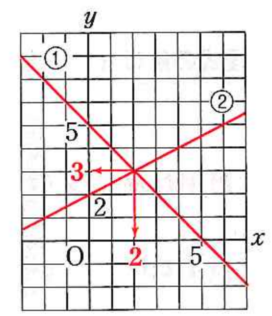
69 基本例題 連立方程式のグラフによる解法

グラフを利用して，次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} x+y=5 & \cdots① \\ x-2y=-4 & \cdots② \end{cases}$$

連立方程式の解は，それぞれの方程式のグラフの**交点の座標**。

考え方 この連立方程式は，加減法を使って簡単に解ける。ここでは，グラフを利用して解を求める方法を考えてみよう。
連立方程式の解とは，それぞれの方程式を同時に成り立たせる x，y の値の組であって，それはそれぞれの2元1次方程式の解のうち，両方に共通な解であった。
一方，2元1次方程式のグラフは，その2元1次方程式の解を座標とする点の集まりである。
したがって，連立方程式のそれぞれの2元1次方程式のグラフを同じ座標平面上に表したとき，その**交点の座標は，それぞれの2元1次方程式の共通の解，**つまり**連立方程式の解**を表していると考えられる。
これから，連立方程式の解をグラフを利用して求めるには，それぞれの2元1次方程式のグラフを同じ座標平面上にかき，その**交点の座標を読みとればよい**ことがわかる。
実際に，①，②の2元1次方程式のグラフをかくと右のようになり，その交点の座標は $(2,\ 3)$ である。



そして，$x=2$，$y=3$ として，もとの方程式に代入してみると

①の左辺 $=2+3=5=$ 右辺
②の左辺 $=2-2\times3=-4=$ 右辺

となり，$x=2$，$y=3$ がこの連立方程式の解になっていることがわかる。

答 $x=2$，$y=3$

ポイント 連立2元1次方程式 $\begin{cases} ax+by=c & \cdots① \\ a'x+b'y=c' & \cdots② \end{cases}$ の解は，直線①，②の**交点の座標**になっている。

類題73 グラフを利用して，次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} x-y=5 \\ x+y=9 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} y=-2x+3 \\ 2x-3y=15 \end{cases}$

コーチ **連立方程式の解は，2つの方程式に共通な解**であるから，その共通な解を表す点は，それぞれの方程式のグラフのどちらの上にもある点，つまり**2直線の交点**である。
実際問題としては，連立方程式の解を2直線の交点の座標として求めることよりも，2直線の交点の座標を連立方程式の解として求めることのほうが多い。

3章 1次関数

x 座標と y 座標を読みまちがえるな！

参考 計算による解法
連立方程式①，②を計算で解いてみると，次のようになる。
①−②から　$3y=9$
$y=3$
これを①に代入すると
$x+3=5$
$x=2$
これからも，**連立方程式の解と2直線の交点の座標が一致**することが確かめられる。

70 標準例題 連立方程式の解とグラフ

グラフを利用して，次の連立方程式を調べなさい。

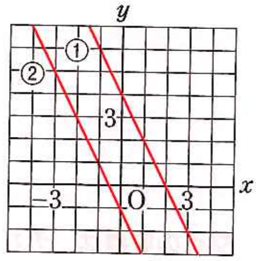
(1) $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 4x+2y=-2 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 2x-3y=6 \\ -8x+12y=-24 \end{cases}$

連立方程式の解は，2直線の交点の座標$(x,\ y)$であるから，
交点がない⇒解がない
交点が無数⇒解が無数

考え方 (1)，(2)のそれぞれの方程式のグラフを座標平面上にかいてみると，2直線の位置関係が，前の例題の場合とは異なっていることがわかる。

コーチ (1)を計算で解いてみると，次のようになる。
①×2から，$4x+2y=8$ …③
③−②をつくると，左辺はxの項もyの項も消去されて，$0=10$となる。この結果は絶対に起こりえないことだから，①と②を同時に成り立たせるx，yの値がないことを意味している。すなわち，解がないわけである。このようなとき，連立方程式は不能であるという。

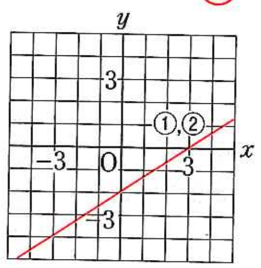
(1) $\begin{cases} 2x+y=4 & \cdots① \\ 4x+2y=-2 & \cdots② \end{cases}$



方程式①，②のグラフをかくと，右の図のようになり，①，②の傾きはともに-2，切片はそれぞれ4，-1となるので，2直線①，②は平行である。つまり，**2直線の交点がない。**

したがって，方程式①，②をともに成り立たせるx，yの値の組はない。いいかえれば，**連立方程式の解はないことになる。** ……(答)

(2) $\begin{cases} 2x-3y=6 & \cdots① \\ -8x+12y=-24 & \cdots② \end{cases}$



方程式①，②のグラフをかくと，右の図のように，まったく重なる。
これは，②の方程式の両辺を-4でわると

$$2x-3y=6$$

となって，①と同じ方程式になることからもわかる。

したがって，この直線上のどの点のx座標，y座標の組も，2つの方程式の解であるから，この連立方程式の解は無数にあることになる。 ……(答)

また，(2)を計算で解いてみると，次のようになる。
①×4+②をつくると，$0=0$となる。このことは①と②を連立方程式として解いても，x，yの値は1組には定まらないことを意味している。このようなとき，連立方程式は不定であるという。

コーチ (2)の解は無数にあるといっても，どんな値でもいいということではない。
$2x-3y=6$を満たすようなx，yの値の組なら何でもよいということである。

この例題と前の例題69から，連立方程式の解と2直線の位置関係について，次のようにまとめられることがわかる。

ポイント
2直線が1点で交わる ⇒ 連立方程式の解は1組
2直線が平行 ⇒ 連立方程式の解はない
2直線が重なる ⇒ 連立方程式の解は無数

類題74 グラフを利用して，次の連立方程式を調べなさい。

(1) $\begin{cases} -2x+y=5 \\ 6x-3y=0 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} y=-3x+1 \\ 6x+2y-2=0 \end{cases}$

71 標準例題 交点を通る直線

直線$y=-2x+a$が，2直線$x+y=3$，$3x-2y=-1$の交点を通るとき，aの値を求めなさい。

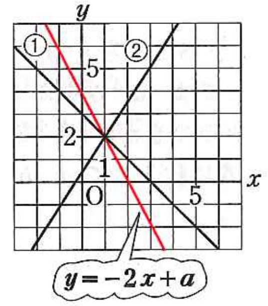
2直線の交点の座標は，直線の方程式を連立方程式として解いたときの解。

考え方 2直線$x+y=3$，$3x-2y=-1$の交点の座標を求めなければならない。それには，下の図のように，グラフをかいて交点の座標を読んでもよいが，p.101で学んだことから，

交点の座標
⬇
連立方程式の解

連立方程式 $\begin{cases} x+y=3 \\ 3x-2y=-1 \end{cases}$ の解

として，交点の座標を求めよう。



$\begin{cases} x+y=3 & \cdots① \\ 3x-2y=-1 & \cdots② \end{cases}$

①×2から　$2x+2y=6$　…③
③+②から　$5x=5$　$x=1$
$x=1$を①に代入して　$y=2$
よって，2直線の交点の座標は(1, 2)となる。
直線$y=-2x+a$が，点(1, 2)を通ることから

$2=-2+a$　　$a=4$ ……(答)

コーチ 直線の交点の座標を読みとるのは，整数以外の場合はむずかしい。逆に，交点の座標を連立方程式の解として求めるほうがずっとよい。

コーチ 2直線の交点を第3の直線が通るということは，3直線が1点で交わるといいかえても同じことである。

類題75 2つの直線$x-y=3$と$ax-y=-3$の交点のx座標が4のとき，aの値を求めなさい。

類題76 3直線$2x-y=3$，$3x-4y=7$，$2x+ky=-3$が1点で交わるという。kの値を求めなさい。

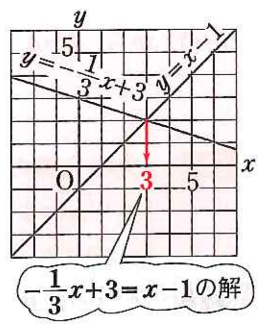
3章 1次関数

グレードアップ さらに知識を広げよう 1元1次方程式の解をグラフで求める

- 1元1次方程式をグラフを使って解くこともできる

1元1次方程式$ax+b=cx+d$の解き方は，1年で学んだ。ここでは，この解が座標平面上でどのように表されるかを考えてみよう。

連立方程式 $\begin{cases} y=ax+b \\ y=cx+d \end{cases}$ を解くときに，yを消去すると1元1次方程式$ax+b=cx+d$が得られる。



このことから，この方程式の解は，連立方程式 $\begin{cases} y=ax+b \\ y=cx+d \end{cases}$ の解のxの値になることがわかる。

したがって，**2直線$y=ax+b$，$y=cx+d$の交点のx座標**として求められることになる。

たとえば，$-\frac{1}{3}x+3=x-1$の解は，右上の図から3となる。

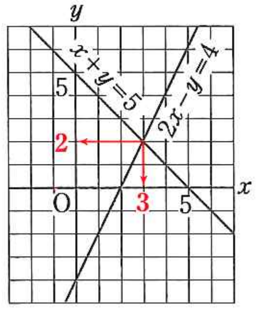
72 発展例題 連立方程式の解の一致

次の2組の連立方程式の解が一致するとき，a，b の値を求めなさい。

$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+y=a \end{cases}$　　$\begin{cases} 2x-y=4 \\ x+by=11 \end{cases}$

着眼 2組の解が一致するので，それぞれの交点が一致する。つまり，同じ点を4つの直線が通っていることになる。

したがって，**この4つの直線のうち2つをかけば，その交点は求められる**。2つの直線としては，a，b をふくまない $x+y=5$ と $2x-y=4$ を選んでグラフをかけば，交点が決まるのでその座標を残りの2つの式に代入して a，b を求めればよい。



実際には，右のような図をかいて交点を求めるよりは，連立方程式

$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=4 \end{cases}$

の解として，**計算で求める**ほうがよい。

解答

2組の連立方程式

$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+y=a \end{cases}$　　$\begin{cases} 2x-y=4 \\ x+by=11 \end{cases}$

が同じ解をもつことから，連立方程式

$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=4 \end{cases}$

もその解をもつ。

この連立方程式を解くと　$x=3$，$y=2$

この x，y の値をほかの2つの方程式に代入する。

$2\times3+2=a$ から　$a=8$

$3+2b=11$ から　$b=4$

答 $a=8$，$b=4$

再検討 連立方程式の解とグラフ
連立方程式の解と，その方程式が表す2直線の交点の座標は一致する。
2直線が平行ならば解はなく，重なれば解は無数にある。

類題 77 次の2組の連立方程式の解が一致するとき，a，b の値を求めなさい。

$\begin{cases} x+2y=4 \\ ax+y=7 \end{cases}$　　$\begin{cases} -3x+2y=b \\ 2x+3y=7 \end{cases}$

類題 78 2つの直線 $ax-by=-1$，$ax+by=2$ の交点の座標 x，y が，連立方程式

$\begin{cases} 3x+y=1 \\ 11x-3y=2 \end{cases}$

の解となるように，a，b の値を定めなさい。

73 発展例題 2直線の交点の範囲

2点 A(1, 5)，B(4, 2) を両端とする線分 AB と直線 $y=ax+1$ について，

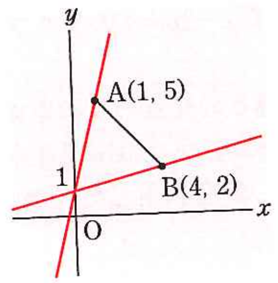
(1) この直線が線分 AB と交わるとき，a のとりうる値の範囲を不等式で表しなさい。

(2) $a=1$ のとき，この直線と線分 AB との交点の座標を求めなさい。

着眼 (1) 2点 A，B の位置に着目すると，**傾き a がもっとも大きくなるのは，直線 $y=ax+1$** が点 A を通る場合で，**傾き a がもっとも小さくなるのは**点 B を通る場合である。

(2) 線分 AB の方程式を求め，それと $y=x+1$ との連立方程式の解が，交点の座標である。このとき，線分 AB 上で交わっていることを確かめておく。

直線 $y=ax+1$ は，$x=0$ のとき，$y=1$ だから，点 (0, 1) を通り，傾きが a の直線。



解答

(1) 直線 $y=ax+1$ が点 A(1, 5) を通るときの a の値は

$5=a+1$　$a=4$

直線 $y=ax+1$ が点 B(4, 2) を通るときの a の値は

$2=4a+1$　$a=\frac{1}{4}$

a が $\frac{1}{4}\leqq a\leqq4$ の範囲の値をとるとき，直線 $y=ax+1$ は線分 AB と確かに交わる。

(2) 2点 A，B を通る直線の式を $y=px+q$ とする。

$\underbrace{\begin{cases} 5=p+q \\ 2=4p+q \end{cases}}_{p,\ q\text{ の連立方程式}}$　から　$\begin{cases} p=-1 \\ q=6 \end{cases}$

ゆえに　$y=-x+6$

したがって，線分 AB の方程式は $y=-x+6$ $(1\leqq x\leqq4)$ となる。この方程式と $y=x+1$ を連立方程式として解くと，

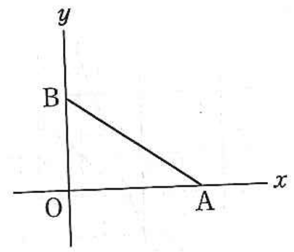
$x=\frac{5}{2}$，$y=\frac{7}{2}$ となる。点 $\left(\frac{5}{2},\ \frac{7}{2}\right)$ は線分 AB 上の点であるから，直線 $y=x+1$ と線分 AB との交点の座標である。

答 (1) $\frac{1}{4}\leqq a\leqq4$　(2) $\left(\frac{5}{2},\ \frac{7}{2}\right)$

類題 79 右の図において，A，B の座標をそれぞれ (6, 0)，(0, 4) とする。$y=\frac{1}{2}x+b$ (b は定数)の表す直線が線分 AB と交わるとき，次の問いに答えなさい。

(1) b のとりうる値の範囲は□から□までである。

(2) $b=0$ のとき，この直線が AB と交わる点 C の座標を求めなさい。

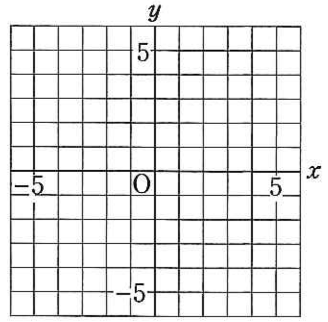


3章 1次関数

チェックテスト

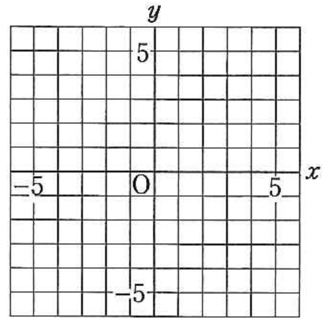
1 次の方程式のグラフをかきなさい。

□(1) $x-y=3$
□(2) $3x-y-4=0$
□(3) $3y=9$
□(4) $x=-4$



2 方程式 $x-2y=4$ のグラフについて，次の問いに答えなさい。

□(1) x 軸との交点の座標を求めなさい。
□(2) y 軸との交点の座標を求めなさい。
□(3) (1)，(2) を利用して，グラフをかきなさい。



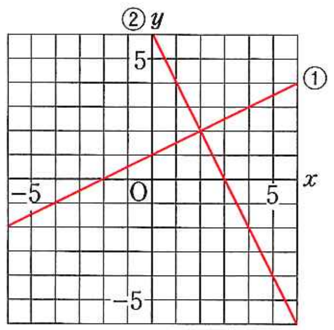
□ **3** 右の図の直線 ①，② は，それぞれ次の方程式のグラフを表している。

①の直線：$x-2y+2=0$
②の直線：$2x+y-6=0$

これを用いて，連立方程式

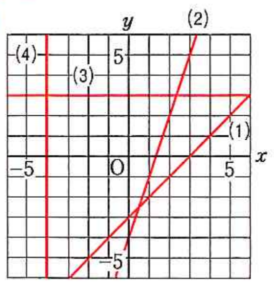
$$\begin{cases} x-2y+2=0 \\ 2x+y-6=0 \end{cases}$$

の解を求めなさい。

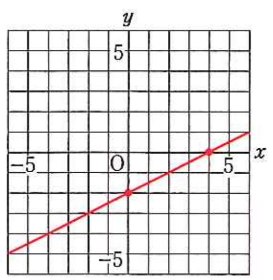


解答

1



2 (1) (4，0)
(2) (0，−2)
(3) 右の図



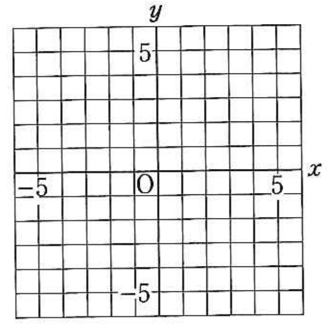
3 $x=2$，$y=2$

定期テスト予想問題

解答 ⇒ 別冊 p.23

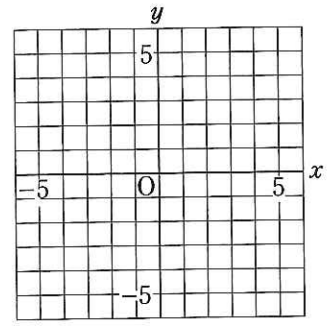
1 [2元1次方程式のグラフ]
次の2元1次方程式のグラフをかきなさい。

(1) $3x+y=4$
(2) $x-2y=-6$
(3) $2x-3y=9$
(4) $3x+2y=2$



2 [軸に平行な直線]
次の方程式のグラフをかきなさい。

(1) $3x-9=0$
(2) $x-3=-5$
(3) $2y+8=0$
(4) $4y-3=5$

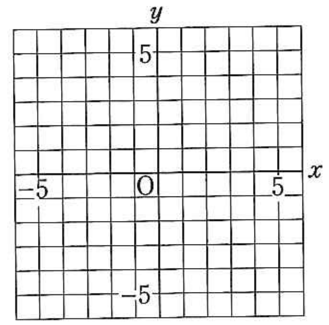


3 [連立方程式の解とグラフ]
次の問いに答えなさい。

(1) $x-y-1=0$ のグラフをかきなさい。
(2) $x+3y-9=0$ のグラフをかきなさい。
(3) (1)，(2) のグラフから，連立方程式

$$\begin{cases} x-y-1=0 \\ x+3y-9=0 \end{cases}$$

の解を求めなさい。



4 [直線の交点]
次の問いに答えなさい。

(1) 2つの直線 $x-2y=6$，$ax+y=3$ の交点の x 座標が4のとき，a の値を求めなさい。
(2) 3直線 $3x+y=2$，$2x+3y=-1$，$ax-y=3$ が1点で交わるという。a の値を求めなさい。

ベストガイド

1 $y=ax+b$ の形に直して，傾きと切片を求めてグラフをかく。
2 $x=$○，または $y=$△ の形に直して，グラフをかく。
3 (3) 2つのグラフの交点の x 座標，y 座標が連立方程式の解となる。
4 (1) $x=4$ を最初の式に代入すると，y の値が決まる。2番目の式に x，y の値を代入して a の値を求める。
(2) 最初の2つの式を連立方程式として解き，その解を3つ目の式に代入して a の値を求める。

3章 1次関数

4 1次関数の利用

教科書のまとめ

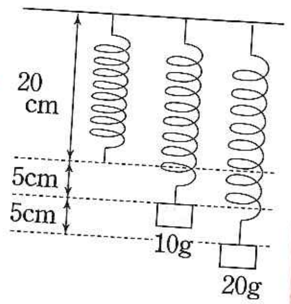
私たちの身のまわりにある数量の間には，1次関数の関係が成り立っているものが意外と多い。その数量の間の関係を，1次関数の式に表したり，グラフに表したりして，いろいろな問題を考えてみよう。

1 実験式

⇨ 例題74

□ 液体の加熱 … ある液体を熱し始めてからある時間までは，温度は一定の割合で上昇することが多い。このとき，温度は時間の1次関数になる。

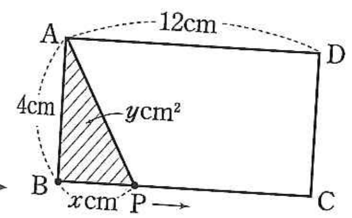
□ おもりをつるしたばねの長さ … **ばねにおもりをつるしたとき**，右の図のように，**おもりの重さに比例**してばねがのびる。このとき，ばねの長さはおもりの重さの1次関数となる。

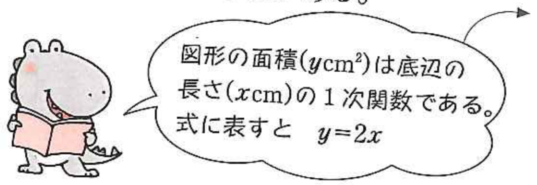


2 図形と1次関数

⇨ 例題75～76

□ 図形の面積 … 右の図のように，点Pが辺BC上を動くとき，△ABPの面積は辺BPの長さの1次関数となる。
このように，図形の面積がある辺の長さの1次関数になるときがある。





3 ダイヤグラムなど

⇨ 例題77～79

□ ダイヤグラム … 列車の運行や一定の速さの人の動きなどをグラフに表したもの。ダイヤグラムからは，列車の速さ，出会ったり・追いついた時刻や場所などさまざまなことが読みとれる。

□ 水　量 … 水そうに一定の量の水を入れたり抜いたりするときにも，1次関数の関係になる2つの量(時間，水の量など)がある。

★1次関数となっている実例では，1次関数が存在する範囲(変域)があることが多い。

例題研究

基本例題で基礎をかためよう。標準例題，**発展例題**で実力をのばそう。

74 基本例題　実験式

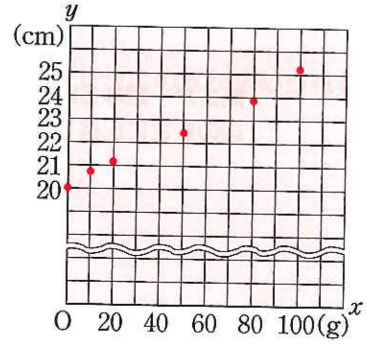
長さ20cmのつるまきばねの下端におもりをつるし，その長さを測ったら，次のようになった。

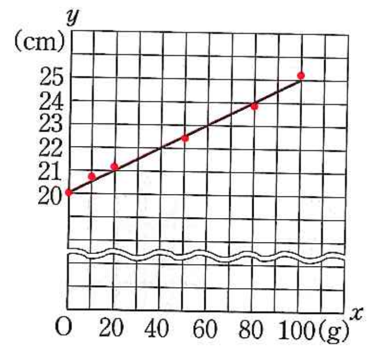
重さ x(g)	0	10	20	50	80	100
長さ y(cm)	20	20.6	21.2	22.4	23.9	25.2

この表から，おもりの重さとばねの長さの関係をグラフにかき，x と y の間に成り立つと考えられる式を求めなさい。

実験・実測からグラフをかき，そのグラフにあてはまる式をつくったとき，その式を**実験式**という。

考え方　対応する x，y の値の組を座標とする点を，座標平面上にとると，下の図のようになる。





これらの点はほぼ一直線に並んでいるので，この直線は x，y の関数の関係を表すグラフであると考えられる。このグラフから，直線の切片は20，傾きは0.05であるから，この直線は，1次関数 $y=0.05x+20$ のグラフと考えられる。
また，x の変域は $0 \leqq x \leqq 100$ である。

答　グラフは上の右の図。$y=0.05x+20\ (0 \leqq x \leqq 100)$

コーチ　この直線が y 軸を切る点は(0, 20)となるが，傾きは，この直線がほぼ点(100, 25)を通るものと考えると

$\dfrac{25-20}{100}=0.05$

と求められる。
表から x が，0→10，10→20，20→50，50→80，80→100と変化するときのそれぞれの変化の割合を求め，それらの平均を計算するとおよそ0.05となって，グラフから求めた傾きとだいたい一致する。

参考　この実験では，おもりの重さが表に示した値以外のときにも，対応するばねの長さがある。しかし，この x はこの範囲の数としてよい。
(x の変域は実験した範囲に限る。)

類題 80　いろいろな重さのおもりをつり下げたときのばねの長さを調べたら，次のようになった。

重さ x(g)	0	5	10	15	20	25	30
長さ y(cm)	5.1	6.1	7.4	9.2	10.1	13.7	18.2

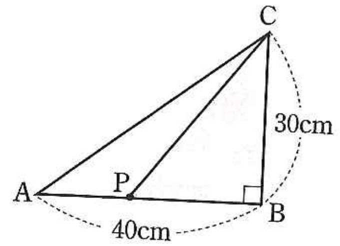
(1) この表をグラフに表しなさい。
(2) グラフを見て，このばねを「重さを測るはかり」として使えるのは，重さがどんな範囲のときかを答えなさい。
(3) 上の重さの範囲で，x と y の関係式を求めなさい。

ミニ知識　おもりの重さとばねののびとの間には，一定の範囲内で比例関係がある。一般に，多くの材料では，力とひずみの間には一定の範囲内で比例関係がある。これが**弾性**(だんせい)**の法則(フックの法則)**である。

75 標準例題 図形と1次関数①

右の図のような ∠B が直角で，AB=40cm，BC=30cm の三角形 ABC がある。

いま，点 P が辺 AB 上を A から B まで，毎秒 2cm の速さで移動するとき，P が移動し始めてからの時間 x (秒) と三角形PBC の面積 y (cm²) との関係を式に表し，そのグラフをかきなさい。



関数の関係は，式に表すと値を求めるのに便利。また，グラフに表すと変化がよくわかる。

考え方 P は，毎秒 2cm の速さで移動するから，AP の長さは毎秒 2cm ずつ長くなる。したがって，x 秒後には AP の長さは，$2x$ cm となるので，そのときの PB の長さは $(40-2x)$cm となる。

三角形 PBC の面積は $\frac{1}{2}\times$PB×BC であるから

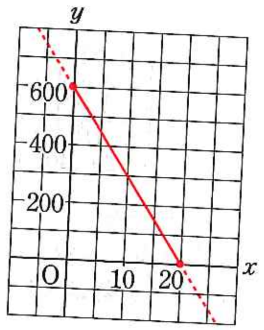
$$y=\frac{1}{2}\times(40-2x)\times30$$

$$y=-30x+600$$

これから y は x の1次関数となるので，グラフは直線となるが，P は A を出発してから 40÷2=20(秒後)に B につくから，x の変域は $0\leqq x\leqq20$ である。

$$\begin{cases} x=0 \text{ のとき} & y=600 \\ x=20 \text{ のとき} & y=0 \end{cases}$$

であるから，グラフは 2 点(0，600)，(20，0)を結ぶ線分となる。



答 $y=-30x+600$ $(0\leqq x\leqq20)$，グラフは上の図の実線部分。

コーチ AP の長さは毎秒 2cm ずつ増加する。変化する量が 1 つで，変化の割合が一定な場合は，その変化する量の 1 次関数で表すことができる。

注意 左のグラフは，x 軸と y 軸の目もりを変えてかいてある。

参考 三角形の面積は
- 高さが一定ならば，底辺の長さに比例する。
- 底辺の長さが一定ならば，高さに比例する。

この例題では，PB を底辺とみると，高さが一定だから，三角形 PBC の面積は PB の長さに比例する。PB の長さが時間 x で表され，面積 y は x の 1 次関数になる。

ポイント 文章で与えられた関係を式やグラフに表すときには，必ず変域を調べる。

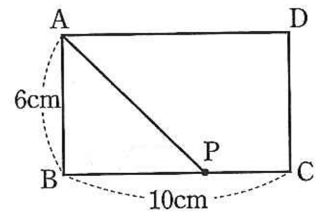
類題 81 底面積が 200cm²，深さが 60cm の角柱の形をした水そうに，水が 15cm の深さまではいっている。この水そうに，さらに毎分 3L の割合で，水そうがいっぱいになるまで水を入れるとき，水を入れ始めてから x 分後の水の深さを y cm として，次の問いに答えなさい。

(1) x と y の関係を式とグラフで表しなさい。

(2) 水そうの水の深さが 30cm になるのは，水を入れ始めてから何分後ですか。

76 発展例題 図形と1次関数②

右の図のような AB=6cm，BC=10cm の長方形がある。点 P が B から出発して，頂点 C，D を通って頂点 A まで，辺上を毎秒 2cm の速さで動くとき，頂点 B を出発してからの時間を x 秒，三角形 PAB の面積を y cm² として，次の問いに答えなさい。



(1) 点 P が次のそれぞれの位置にあるとき，x と y の関係式を求めなさい。

① 辺 BC 上　② 辺 CD 上　③ 辺 DA 上

(2) 点 P が頂点 B を出発して頂点 A につくまでの x, y の関係式をグラフに表しなさい。

3章 1次関数

着眼 (1) 点 P が，

点 C につくのは　10÷2=5(秒後)

点 D につくのは　(10+6)÷2=8(秒後)

点 A につくのは　(10+6+10)÷2=13(秒後)

となる。

点 P が辺 BC 上にあるとき，三角形 PAB の面積は，AB を底辺と考えれば，高さが時間とともに変わる。

(2) ①～③の式が求められれば，グラフはかける。それぞれの変域に注意すること。

解答

(1) 三角形 PAB で，底辺 AB は 6cm である。

AB を底辺とすると，P がどこにあっても，P から AB にひいた垂線の長さが高さになる。

① P が BC 上にある場合，つまり $0\leqq x\leqq5$ のとき，BP=$2x$ (cm) だから

$$y=\frac{1}{2}\times6\times2x=6x$$

② P が CD 上にある場合，つまり $5\leqq x\leqq8$ のとき，高さはつねに BC=10cm に等しいから

$$y=\frac{1}{2}\times6\times10=30$$

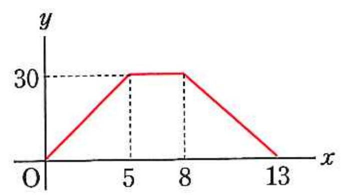
点 P が頂点 C，D にきたとき，場合分けが必要である。

③ P が DA 上にある場合，つまり $8\leqq x\leqq13$ のとき，高さは AP で，AP=$26-2x$ (cm) となるので

$$y=\frac{1}{2}\times6\times(26-2x)=-6x+78$$

(2) (1)で求めた各式のグラフは直線になる。

したがって，グラフは，原点，点(5，30)，点(8，30)，点(13，0)を直線で結べばよい。



答 (1) ① $y=6x$ $(0\leqq x\leqq5)$　② $y=30$ $(5\leqq x\leqq8)$

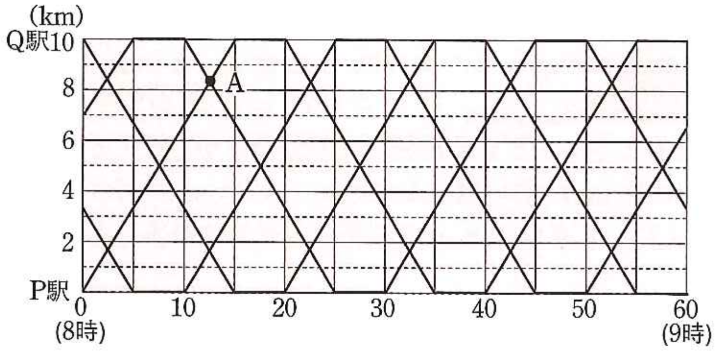
③ $y=-6x+78$ $(8\leqq x\leqq13)$

(2) 右の図

77 標準例題 ダイヤグラム

下の図は，10kmはなれたP駅とQ駅の間の，8時から9時までの列車の折り返し運行のようすを表したグラフである。

ダイヤグラムからは列車の運行のようすが読める。



(1) P駅からQ駅までは何分かかりますか。

(2) この列車の時速を求めなさい。

(3) このダイヤグラム通りに列車を運行させるためには，少なくとも何本の列車が必要となりますか。

(4) 点Aでは列車がすれちがっている。このときの時刻は何時何分ですか。
また，それはP駅から何kmはなれた地点ですか。

考え方 ダイヤグラムから，**さまざまな情報を読みとることが大切**である。

ポイント
直線が平行 ⇒ **列車の速さが等しい**
直線が交わっている ⇒ **列車が出会っている**

(1) 8時にP駅を出発した列車は，8時15分にQ駅に到着するから15分かかる。

コーチ P駅を出発する列車も，Q駅を出発する列車もグラフの傾きの絶対値は同じだから，同じ速さである。どの列車も15分かかる。

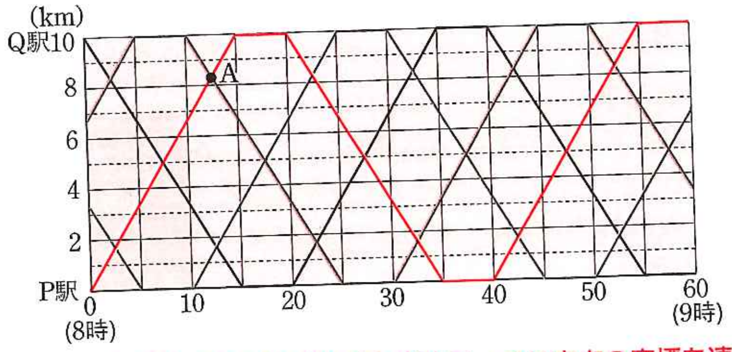
(2) **時速とは，1時間に進む距離**のことである。
このグラフでは，列車は15分で10 km進むから，1時間では，その4倍分進むことになる。

$10\times4=40$ (km)
└1時間は60分だから　$60\div15=4$(倍)

コーチ **時速とは1時間に進む距離**のこと。
分速とは1分間に進む距離，秒速とは1秒間に進む距離のことである。

(3) ダイヤグラムの直線に色をぬってみるとわかりやすい。列車は15分で駅に到着し，5分停車して折り返し，15分かかってもとの駅に到着する。そして，5分停車してまた出発する。次の図の通り4本の列車が必要である。

コーチ ある時刻(列車がもっとも多く走っている時刻)に何本の列車が同時に運行しているかを考えてもよい。



直線が平行だから，列車の速さは等しい。

3章 1次関数

(4) **点Aを通る2つの直線の式を求めて，その交点の座標を連立方程式で求めればよい。**
横軸をx(分)，縦軸をy(km)とすると，
右上がり(赤色)の直線は，点(0, 0)，(15, 10)を通るから，その式は

$y=\frac{10}{15}x$

したがって　$y=\frac{2}{3}x$　…①

右下がり(青色)の直線は，点(10, 10)，(25, 0)を通るから，その式を$y=ax+b$とおくと

$10=10a+b,\ 0=25a+b$

これより　$a=-\frac{2}{3},\ b=\frac{50}{3}$

右下がりの直線の式は　$y=-\frac{2}{3}x+\frac{50}{3}$　…②

注意 ①の式のxの変域は$0\leqq x\leqq15$，②の式のxの変域は$10\leqq x\leqq25$である。

①，②の連立方程式を解く。

①+②より　$2y=\frac{50}{3}$　$y=\frac{25}{3}$

$y=\frac{25}{3}$を①に代入して　$\frac{25}{3}=\frac{2}{3}x$

よって　$x=\frac{25}{2}$

すなわち　$(x,\ y)=\left(\frac{25}{2},\ \frac{25}{3}\right)$

コーチ 8時$\frac{25}{2}$分のことである。$\frac{25}{2}=12\frac{1}{2}$だから，$\frac{25}{2}$分は12分30秒のこと。

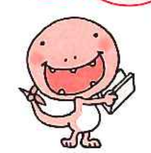
答 (1) 15分　(2) 時速40 km　(3) 4本
(4) 8時12分30秒，P駅から$\frac{25}{3}$kmのところ

類題 82 前ページのダイヤグラムで，Aさんは8時にP駅を出発し，時速10 kmの自転車で，線路沿いの道をQ駅まで行った。

(1) AさんがP駅からQ駅まで行ったときのようすを表すグラフを上の図にかき入れなさい。

(2) AさんがQ駅に到着するまでに，Q駅からきた列車に何回すれちがいましたか。

ダイヤグラムは出会う時刻と位置がひと目でわかり，すごく便利だね。

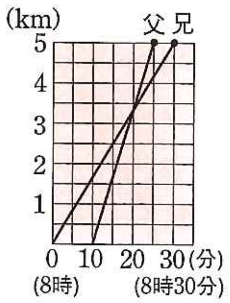


78 発展例題 2人の進行を表すグラフ

右のグラフは，父が自動車，兄が自転車で，それぞれ家から5 kmはなれた駅へ行ったときの時刻と家からの距離の関係を示している。次の問いに答えなさい。

(1) 8時 x 分における父，兄の家からの距離を y kmとして，x，y の関係をそれぞれ式に表しなさい。

(2) 父が兄に追いついた時刻と場所を求めなさい。



着眼 (1) グラフから，それぞれの1次関数の式を求める。
(2) (1)で求めた式を利用する。追いつくところは，グラフの交点だから，**2つの1次関数の式を連立方程式として，解を求めればよい。**

2つのグラフは直線だから，1次関数である。
1次関数 → $y=ax+b$

解答

(1) 父は8時10分に家を出発し，8時25分に駅に着くから，$y=ax+b$とおくと，

$x=10$ のとき $y=0$ より　$0=10a+b$　…①

$x=25$ のとき $y=5$ より　$5=25a+b$　…②

①と②から　$a=\frac{1}{3}$　　$b=-\frac{10}{3}$

よって　$y=\frac{1}{3}x-\frac{10}{3}$　$(10\leqq x\leqq 25)$　…③

兄は，8時に家を出発し，8時30分に駅に着くから，

$y=cx+d$ とおくと，$x=0$ のとき $y=0$ より $0=d$　…④

$x=30$ のとき $y=5$ より　$5=30c+d$　　$c=\frac{1}{6}$　…⑤

④と⑤から　$y=\frac{1}{6}x$ $(0\leqq x\leqq 30)$　…⑥

答 父；$y=\frac{1}{3}x-\frac{10}{3}$ $(10\leqq x\leqq 25)$

兄；$y=\frac{1}{6}x$ $(0\leqq x\leqq 30)$

(2) ③と⑥より，y を消去して　$\frac{1}{3}x-\frac{10}{3}=\frac{1}{6}x$　　$x=20$

$x=20$ を⑥に代入すると　$y=\frac{10}{3}$

答 8時20分，家から $\frac{10}{3}$ kmの地点

グラフの目もりを読むだけでは，正確な時刻や場所はわからない。
連立方程式を解いて正確な時刻や場所を求めよう。

再検討 ダイヤグラム

① 直線の傾きが急なほど速さが速い。

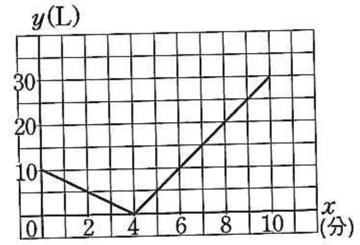
② 交点は追いついた(出会った)ところ。

類題 83 上の例題78で，父が8時5分に家を出発したら，追いつく時刻と場所はどうなりますか。

79 発展例題 水量を表すグラフ

はじめ何Lかあった水そうの水を，毎分一定の割合で水がなくなるまで使い，それ以降は，水そうがいっぱいになるまで毎分一定の割合で水を入れた。右のグラフは，水を使いはじめてからの時間 x（分）と水そうの水量 y（L）の関係を表したものである。

この関数の関係を表す式を求めなさい。



着眼 グラフが直線1本だけではなく，折れ線になっている場合に，その式を求める問題である。この場合には，**傾きがちがう2本の直線がつながっているので，1つの式で表すことはできない。**

変数の変域に注意して，部分に分けて，線分ごとに式に表す。

[折れ線の式の求め方]
部分に分けて**線分ごとに式に表す。**

解答

グラフが1か所で折れまがっているので，2つの1次関数として表す。

$0\leqq x\leqq 4$ の部分では，傾きと切片がわかるので，これから直線の式がわかる。

つまり，切片が10で，傾きが $-\frac{10}{4}=-2.5$ だから，式は

$y=-2.5x+10$

$4\leqq x\leqq 10$の部分では，2点 $(4,\ 0)$，$(10,\ 30)$ を通ることから，

$y=ax+b$ とおくと

$$\begin{cases}0=4a+b\\30=10a+b\end{cases}$$

これを解いて　$\begin{cases}a=5\\b=-20\end{cases}$

したがって　$y=5x-20$

以上より，次の式が得られる。

答 $\begin{cases}0\leqq x\leqq 4 \text{ のとき } y=-2.5x+10\\4\leqq x\leqq 10 \text{ のとき } y=5x-20\end{cases}$

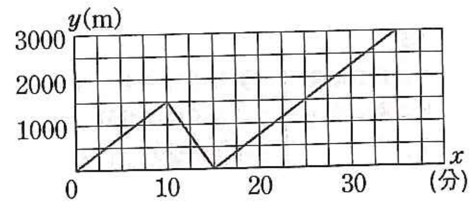
再検討 直線の式の求め方

① グラフから傾き a，切片 b を求めて，$y=ax+b$ とする。

② $y=ax+b$ に2点の座標を代入して，a，b について解く。

類題 84 A君は，自転車でおじさんの家へ向かったが，途中で忘れ物に気づいたのでひき返し，それを持ってからおじさんの家へ行った。

右のグラフは，A君の出発後の時間 x（分）と家からの距離 y（m）との関係を表したものである。このとき，x，y の関係を表す式を求めなさい。

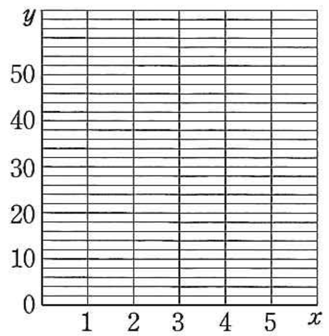


3章 1次関数

チェックテスト

1 水を熱し始めてから x 分後の水温を y ℃として，x と y の関係を調べたら，下の表のようになった。

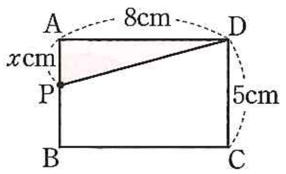
x	0	1	2	3	4	5
y	15	22	31	40	47	55



□(1) x，y の組を座標とする点を右の図にとっていく。これらの点は，どのように並んでいますか。

□(2) (1)から，x と y の間に成り立つと考えられる式を求めなさい。

2 右の図の長方形 ABCD で，点 P は A を出発して，辺上を B，C を通って D まで動く。点 P が A から x cm 動いたときの△APD の面積を $y$cm² として，次の問いに答えなさい。

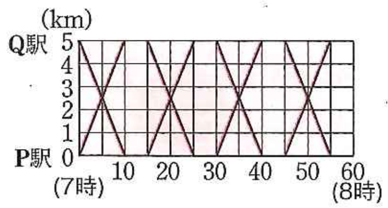


□(1) 点 P が次のそれぞれの辺上にあるとき，x と y の関係を式に表しなさい。

① 辺 AB 上　② 辺 BC 上　③ 辺 CD 上

□(2) 点 P が A から D まで動くときの，x，y の関係式をグラフに表しなさい。

3 右の図は，5km はなれた P 駅と Q 駅間の，7 時から 8 時までの列車の運行のようすを示している。



□(1) Q 駅を 7 時 15 分に出発する列車が，P 駅からくる列車に出会うのは 7 時何分ですか。

□(2) A さんは 7 時に P 駅を出発して，時速 15km の自転車で，線路沿いの道を Q 駅まで行きました。

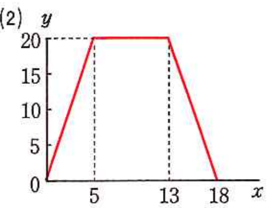
① A さんの進行のようすを表すグラフを，上の図にかき入れなさい。

② A さんは Q 駅に着くまでに，Q 駅からくる列車に何回出会いましたか。

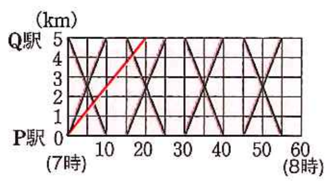
解答

1 (1) ほぼ直線上に並んでいる (2) $y=8x+15$ $(0≦x≦5)$

2 (1) ① $y=4x$ $(0≦x≦5)$ ② $y=20$ $(5≦x≦13)$ ③ $y=-4x+72$ $(13≦x≦18)$ (2)



3 (1) 7 時 20 分 (2) ① 右の図 ② 2 回



定期テスト予想問題

解答 ⇒ 別冊 p.24

1 [ばねののびと重さ]

つるまきばねに x g のおもりをつり下げたときの長さを y cm とすると，x と y の関係は右の表のようになった。次の問いに答えなさい。

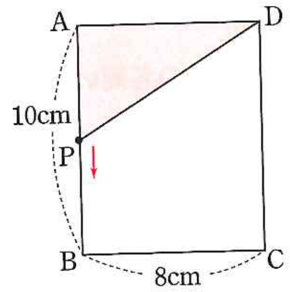
x g	20	30	40	50	60
y cm	58	62	66	70	74

(1) x と y の間に成り立つと考えられる式を求めなさい。

(2) おもりをつり下げないときのつるまきばねの長さを予想しなさい。

2 [点と移動と面積]

右の図のような長方形 ABCD があって，点 P は A から出発して毎秒 2cm の速さで，周上を B，C を通って D まで移動する。点 P が A を出発してから x 秒後の △PDA の面積を $y$cm² として，次の問いに答えなさい。



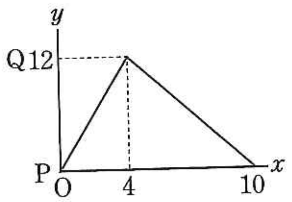
(1) 点 P が次のそれぞれの位置にあるとき，x と y の関係式を求めなさい。

① 辺 AB 上　② 辺 BC 上　③ 辺 CD 上

(2) 点 P が A を出発して D に着くまでの x，y の関係式をグラフに表しなさい。

3 [歩いた時間と距離]

右のグラフは，A さんが P 地点から Q 地点までを往復したときの，A さんが出発してからの時間（x 時間）と P 地点からの距離（y km）との関係を表している。次の問いに答えなさい。



(1) グラフの式を求めなさい。

(2) B さんは A さんと同時に P 地点から Q 地点まで，時速 2 km で歩いていたところ，途中で A さんとすれちがった。すれちがったのは，出発してから何時間後ですか。

4 [水道の使用料金]

A 市の水道料金は，使用量が 10m³ から 30m³ までの範囲では，1 次関数になっている。ある家庭の水道料金は，6 月は 20m³ 使って 3800円，7 月は 18m³ 使って 3500円であった。8 月の使用量が 21m³ とすると，水道料金はいくらになりますか。

ベストガイド

1 グラフをかくと，直線上に点が並ぶことがわかるので 1 次関数と考えてよい。

2 各頂点が変域の変わり目となる点 P の位置である。変域に注意しながら式とグラフを考える。

3 (2) B さんの進行は $y=2x$ と表せる。A さんのグラフとの交点がすれちがう場所である。

4 $y=ax+b$ に 2 か月分の値を代入して連立方程式を解き，a，b の値を求める。

入試問題にチャレンジ5

制限時間 50 分
解答 ⇒ 別冊 *p.25*

得点	

1

次の各問いに答えなさい。 [各6点 計18点]

(1) 2 点 (0, 2), (6, 0) を通る直線の式を求めなさい。 [北海道]

(2) y は x の 1 次関数で，そのグラフは点 (1, −3) を通り，傾き 2 の直線である。この 1 次関数の式を求めなさい。 [岡山県]

(3) 直線 $y=-\dfrac{2}{5}x+2$ に平行で，直線 $y=3x-6$ と x 軸上で交わる直線の式を求めなさい。

[京都・龍谷大付平安高]

2

次の各問いに答えなさい。 [各6点 計18点]

(1) 1 次関数 $y=2x+3$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のとき，y の変域を求めなさい。

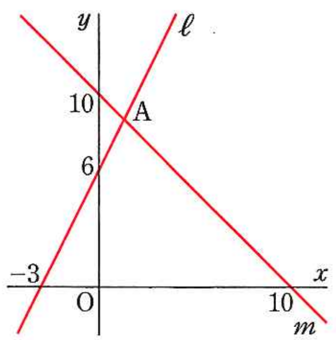
[新潟県]

(2) 方程式 $3x-5y=5$ のグラフは直線である。このグラフの y 軸上の切片を求めなさい。

[栃木県]

(3) 右の図のように，2 点 (0, 6), (−3, 0) を通る直線 ℓ と 2 点 (0, 10), (10, 0) を通る直線 m がある。
このとき，直線 ℓ, m の交点 A の座標を求めなさい。

[佐賀県]

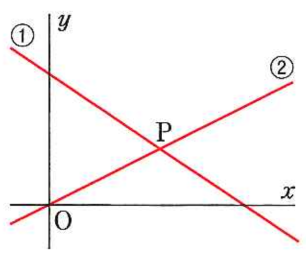


3

次の各問いに答えなさい。 [各6点 計18点]

(1) 直線 $2x-3y+6=0$, 直線 $3x+y+a=0$ の交点が y 軸上にあるとき，a の値を求めなさい。 [長崎・青雲高]

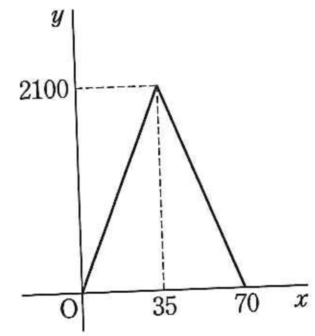
(2) 右の図において，①は関数 $y=-\dfrac{2}{3}x+6$ のグラフ，②は関数 $y=ax$ のグラフであり，①と②は点 P で交わっている。点 P の x 座標と y 座標がともに正の整数となるような a の値を，すべて求めなさい。 [山形県]



(3) 3 直線 $y=kx+1$, $y=-2x-1$, $y=x+5$ が 1 点で交わるとき，k の値を求めなさい。 [東京・日本大三高]

4

姉と弟が同時に家を出発し，2100 m 離れた鉄塔まで歩き，すぐに折り返して家に戻った。右の図は，姉が家を出発してからの時間を x 分，家から姉までの距離を y m としたときの，x と y の関係を表したグラフである。弟は，家から鉄塔までは姉より速く歩き，姉が鉄塔に到達した時間の 5 分前に鉄塔に到達し，鉄塔から家までは姉より遅く歩いた。ただし，弟の歩く速さは，家から鉄塔までと鉄塔から家までは，それぞれ一定であり，姉と弟は同じ一直線の道を歩いたものとする。



[計32点]

次の各問いに答えなさい。

(1) 弟が家から鉄塔まで歩いた速さは，毎分何 m か求めなさい。 (6点)

(2) 図で，$35\leqq x\leqq 70$ のとき，y を x の式で表しなさい。 (6点)

(3) 弟は，姉が家に着いた時間に姉の 100 m 後方にいた。

① 弟が家に着いたのは，姉が家に着いてから何分後か求めなさい。 (6点)

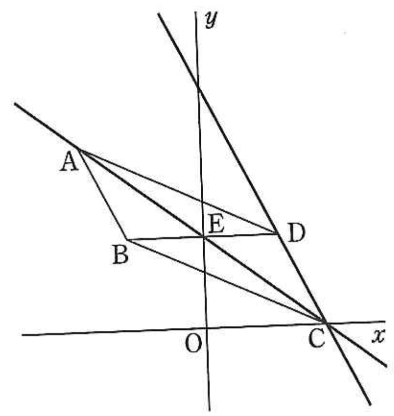
② 家からの距離が a m の地点を，弟が 2 回目に通過した 1 分後に，鉄塔から家に向かう姉が通過した。a の値を求めなさい。 (7点)

(4) 弟が姉より早く家に着くための，鉄塔から家までの弟の歩く速さについて考えた。弟の歩く速さについてまとめた次の文の，アに当てはまる値を書きなさい。 (7点) [長野県]

弟が，鉄塔から家まで歩く速さを毎分 b m とする。弟が姉より早く家に着くためには，b の値の範囲を，ア$<b<60$ としなければならない。

5

図で，O は原点，四角形 ABCD は平行四辺形，C は x 軸上の点である。E は対角線 AC と BD との交点で，y 軸上にある。また，BD は x 軸と平行である。直線 AC の式が $y=ax+3$ (a は定数)，直線 DC の式が $y=-2x+8$ であるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。 [各7点 計14点]



(1) a の値を求めなさい。

(2) 平行四辺形 ABCD の面積は△EOC の面積の何倍か，求めなさい。 [愛知県]

3章 1次関数

入試問題にチャレンジ 6

制限時間 50分
解答 ⇒ 別冊 p.26

得点	

1 点Aの座標は(3, 4)，点Bの座標は(4, 0)，点Cの座標は(0, −1)である。点Cを通る直線の式を $y=ax-1$ とする。この直線が線分AB(両端の点A，Bをふくむ)と交わるとき，a の値の範囲を求めなさい。 [10点] [青森県]

2 図1のように，周の長さが120 cmの円があり，この円周上に固定された点Aがある。点Pは，Aを出発し，毎秒2 cmの速さで円周上を時計回りに動く。点Qは，最初Aの位置にあり，点Pが出発してから15秒後にAを出発し，毎秒5 cmの速さで円周上を時計回りに動く。点Pが出発してから x 秒後の弧PQの長さを y cmとして，あとの問いに答えなさい。
ただし，弧PQの長さは，2点P，Qを両端とする2つの弧の長さのうち短いほうとし，2つの弧の長さが等しいときは，その長さとする。また，2点P，Qが重なったときは $y=0$ とする。 [各10点 計40点]

図1

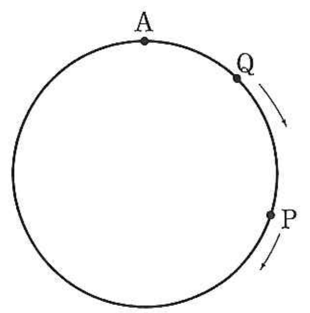
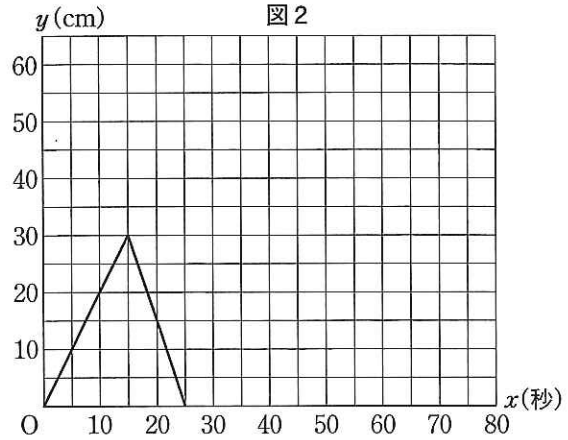
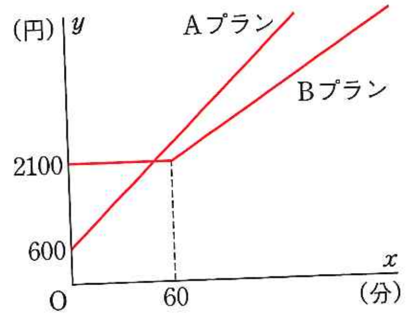


図2



(1) 点PがAを出発してから，3秒後と18秒後の弧PQの長さは何cmか，それぞれ求めなさい。
(2) 図2は，点PがAを出発してから，点Qが点Pにはじめて追いつくまでの x と y の関係をグラフに表したものである。このグラフにおいて，x の変域が $15 \leqq x \leqq 25$ のとき，y を x の式で表しなさい。
(3) 点Qが点Pにはじめて追いついてから次に追いつくまでの，x と y の関係を表すグラフを，図2にかき加えなさい。
(4) 点PがAを出発してから，点Qが点Pに2度目に追いつくまでに，弧PQの長さが50 cm以上になるのは何秒間か，求めなさい。 [山形県]

3 表は，ある電話会社の料金プランである。図は，1か月の通話時間を x 分，その月の電話料金を y 円としたときの，AプランとBプランにおける x，y の関係をグラフで表したものである。
次の問いに答えなさい。ただし，1分未満の通話時間は切り上げるものとし，電話料金は基本料金と通話料金の合計とする。また，消費税は考えないものとする。 [各10点 計40点]



料金プラン	基本料金(月額)	通話料金		
		60分まで	60分を超えて120分まで	120分を超えた時間
A	600円	1分あたり30円		
B	2100円	0円	1分あたり20円	
C	□円	0円		1分あたり10円

(1) Aプランについて，y を x の式で表しなさい。ただし，$x \geqq 0$ とする。
(2) AプランとBプランの月額の電話料金が同額になるのは，通話時間が何分のときか，求めなさい。
(3) 3つの料金プランを比べると，(2)で求めた通話時間からの100分間は，Bプランの電話料金が最も安くなることがわかった。(100分間を超えるとCプランが最も安い。)
このとき，Cプランの月額の基本料金は何円か，求めなさい。
(4) Aプランで契約している人が，通話時間が60分より長い月が何回かあることがわかったので，1年間の電話料金をA，B両プランで比べてみることにした。いま，月々の通話時間を，長い月は75分，それ以外の月は45分とするとき，A，B両プランの1年間の電話料金が同じ金額になるのは，75分の月が何回のときか，求めなさい。 [兵庫県]

4 3つの関数
$y=x-6$ …①
$y=-2x+3$ …②
$y=ax+8$ …③
のグラフをかいたとき，a の値によっては，①，②，③のグラフによって囲まれる三角形ができるときと，できないときがある。①，②，③のグラフによって囲まれる三角形ができないときの a の値をすべて求めなさい。 [10点] [北海道]

3章 1次関数

特集! 関数を表す記号$f(x)$

属するか属さないかがハッキリ判断できるものの集まりを集合という。

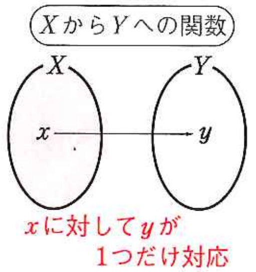
たとえば，背が高い人の集まりは集合ではないが，身長165cm以上の人の集まりといえば集合である。**集合**をつくっているひとつひとつのものを**要素**という。

関数のことを英語でfunctionという。

数学では，functionの頭文字fを，関数を表す記号に用いることがある。

1次関数は，各数xに対して，$y=ax+b$という規則にしたがって，数yを1つだけ対応させている。このように

集合Xの各要素xに対して，集合Yの要素yを**1つだけ対応させる規則**があるとき，このような対応を**XからYへの関数**という。



集合Xから集合Yへの関数fがあるとき，これを

$f : X \longrightarrow Y$ または $X \xrightarrow{f} Y$

のように表す。fによって，Xの要素xにYの要素yが対応するとき

$f : x \rightarrow y$ または $y=f(x)$

と書き表す。この書き方を使うと，上の1次関数は，$f(x)=ax+b$となる。

$f(x)$を使うと，関数の値も表せる。

1次関数$f(x)=3x+5$で，たとえば，

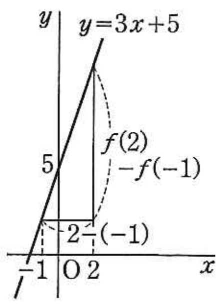
$x=-1$に対応するyの値は$f(-1)$

と書き表す。この書き方を用いれば

$f(-1)=3\times(-1)+5=2$

$f(2)=3\times2+5=11$

などと計算できる。



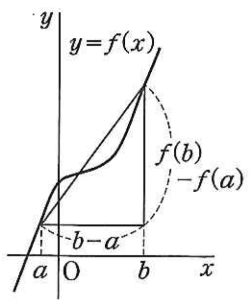
この関数で，xの値が-1から2まで増加するとき，yの値は$f(-1)$から$f(2)$まで増加する。したがって，xの増加量に対するyの増加量の割合は

$$\frac{f(2)-f(-1)}{2-(-1)}=\frac{11-2}{3}=3$$

と計算できる。

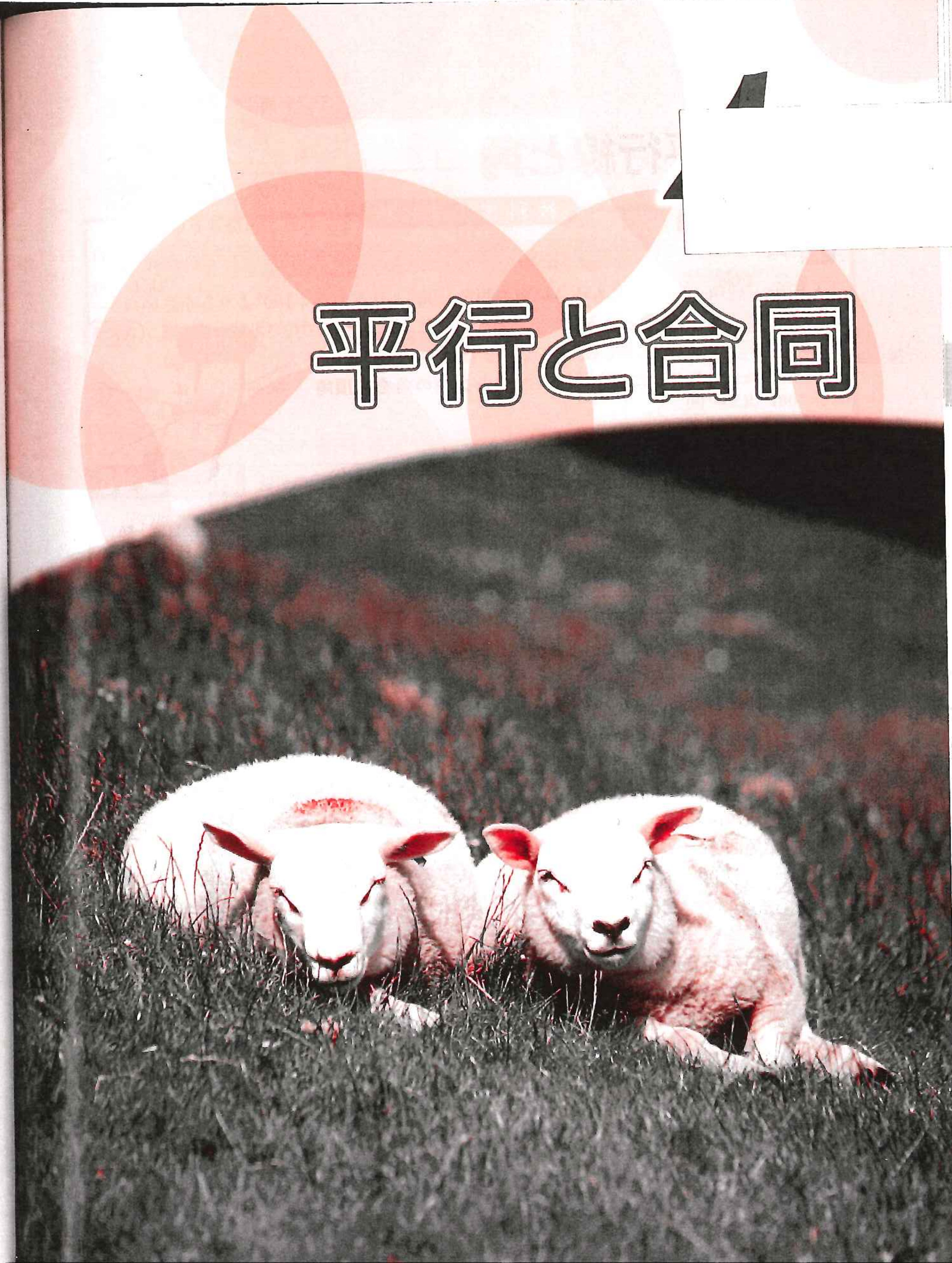
一般の関数の変化の割合を表す式はどうなる？

一般に，関数$y=f(x)$で，xがaからb $(a<b)$まで変化するとき，yは$f(a)$から$f(b)$まで変化する。このとき，xの増加量は，$b-a$，yの増加量は$f(b)-f(a)$である。



xの増加量に対するyの増加量の割合を，関数$y=f(x)$の**変化の割合**という。

$y=f(x)$の変化の割合$=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$



2 (1) $y=4x-3$ (2) $y=\frac{2}{3}x+5$

(3) $y=2x-6$ (4) $y=-7x+2$

(5) $y=7x-6$ (6) $y=-5x+10$

(7) $y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$

解説 (1) $y=4x+b$ に $x=2$, $y=5$ を代入して

$5=4\times2+b$ $b=-3$

(2) $y=\frac{2}{3}x+b$ に $x=-3$, $y=3$ を代入して

$3=\frac{2}{3}\times(-3)+b$ $b=5$

(3) $y=2x+b$ に $x=5$, $y=4$ を代入して

$4=2\times5+b$ $b=-6$

(4) $y=-7x+b$ に $x=1$, $y=-5$ を代入して

$-5=-7\times1+b$ $b=2$

(5) $y=ax+b$ として，$\begin{cases}1=a+b\\8=2a+b\end{cases}$ を解くと

$a=7$, $b=-6$

(6) $y=ax+b$ として，$\begin{cases}25=-3a+b\\0=2a+b\end{cases}$ を解くと

$a=-5$, $b=10$

(7) $y=ax+b$ として，$\begin{cases}1=a+b\\4=5a+b\end{cases}$ を解くと

$a=\frac{3}{4}$, $b=\frac{1}{4}$

3 (1) $y=x-2$ (2) $y=-3x+2$

解説 (1) グラフから切片は -2

また，点 $(0,\ -2)$ から右へ1，上へ1進んだ点 $(1,\ -1)$ を通るから傾きは1

よって $y=x-2$

(2) グラフから切片は2

また，点 $(0,\ 2)$ から右へ1，下へ3進んだ点 $(1,\ -1)$ を通るから，傾きは -3

よって $y=-3x+2$

4 (1) $y=\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$ (2) $y=-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$

解説 (1) グラフは右へ2進むと，上へ3上がるから，傾きは $\frac{3}{2}$

$y=\frac{3}{2}x+b$ に $x=1$, $y=-1$ を代入して

$-1=\frac{3}{2}\times1+b$ $b=-\frac{5}{2}$

よって $y=\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$

(2) グラフは右へ4進むと，下へ3下がるから，傾きは $-\frac{3}{4}$

$y=-\frac{3}{4}x+b$ に $x=2$, $y=3$ を代入して

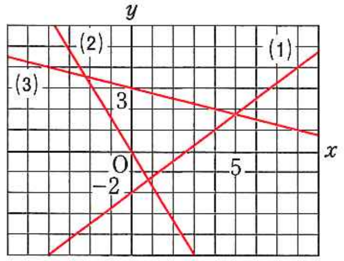
$3=-\frac{3}{4}\times2+b$ $b=\frac{9}{2}$

よって $y=-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$

類題

● 本冊 p.98～105

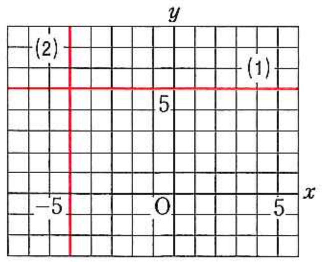
69 右の図



70 (3)

71 右の図

解説 (1) は $y=5$ (2) は $x=-5$ のグラフをかく。

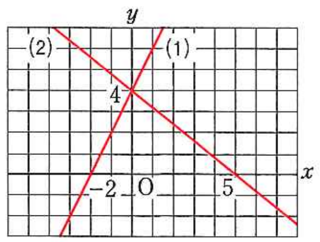


72 グラフは右の図

交点の座標は

(1) $(-2,\ 0)$, $(0,\ 4)$

(2) $(5,\ 0)$, $(0,\ 4)$

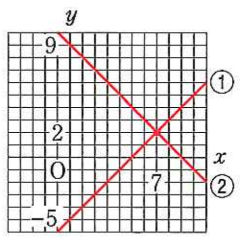


73 (1) $x=7$, $y=2$ (2) $x=3$, $y=-3$

解説 (1)

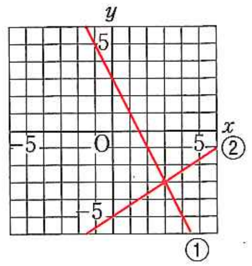
$\begin{cases}x-y=5 & \cdots① \\ x+y=9 & \cdots②\end{cases}$

のグラフは右のようになり，交点の座標は $(7,\ 2)$ となる。



(2) $\begin{cases}y=-2x+3 & \cdots① \\ 2x-3y=15 & \cdots②\end{cases}$

のグラフは右のようになり，交点の座標は $(3,\ -3)$ となる。



74 (1) 解はない (2) 解は無数

解説 (1) $y=2x+5$, $y=2x$ となるので，グラフが平行になる。（グラフは省略）

(2) 式は2つとも $y=-3x+1$ となるので，グラフは一致する。（グラフは省略）

75 $a=-\frac{1}{2}$

解説 $x-y=3$ で，$x=4$ より $y=1$

$x=4$, $y=1$ を $ax-y=-3$ に代入して

$4a-1=-3$ より $a=-\frac{1}{2}$

76 $k=5$

解説 $2x-y=3$ と $3x-4y=7$ の交点の座標は $(1,\ -1)$

これを $2x+ky=-3$ に代入して $2-k=-3$

ゆえに $k=5$

77 $a=3$, $b=-4$

解説 $x+2y=4$, $2x+3y=7$ を解いて

$x=2$, $y=1$

これを $ax+y=7$, $-3x+2y=b$ に代入して

$a=3$, $b=-4$

78 $a=2$, $b=6$

解説 $3x+y=1$, $11x-3y=2$ を解いて

$x=\frac{1}{4}$, $y=\frac{1}{4}$

よって $\frac{1}{4}a-\frac{1}{4}b=-1$, $\frac{1}{4}a+\frac{1}{4}b=2$ を解いて

$a=2$, $b=6$

79 (1) -3, 4 (2) $\left(\frac{24}{7},\ \frac{12}{7}\right)$

解説 (1) B を通るとき $b=4$, A を通るとき $b=-3$ だから，b は -3 から4まで変わる。

(2) AB の式は $y=-\frac{2}{3}x+4$

これと $y=\frac{1}{2}x$ を連立方程式として解いて

$x=\frac{24}{7}$, $y=\frac{12}{7}$

定期テスト予想問題

● 本冊 p.107

1 右の図

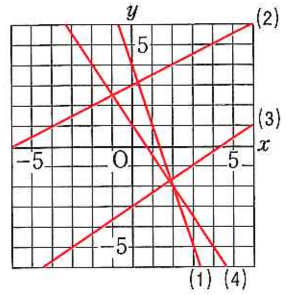
解説 (1) $y=-3x+4$

(2) $y=\frac{1}{2}x+3$

(3) $y=\frac{2}{3}x-3$

(4) $y=-\frac{3}{2}x+1$

のグラフをかく。



2 右の図

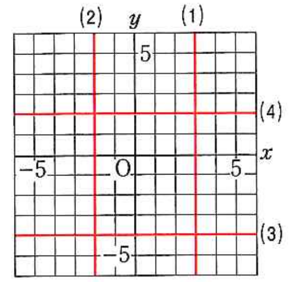
解説 (1) $x=3$

(2) $x=-2$

(3) $y=-4$

(4) $y=2$

のグラフをかく。



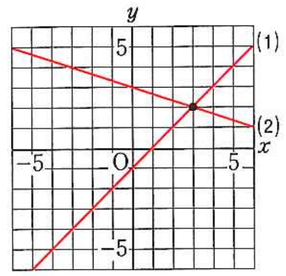
3 (1)(2) 右の図

(3) $x=3$, $y=2$

解説 (3)

(1)と(2)のグラフの交点の座標は

$(3,\ 2)$



4 (1) $a=1$ (2) $a=2$

解説 (1) $x=4$ を $x-2y=6$ に代入して

$4-2y=6$ $y=-1$

$x=4$, $y=-1$ を $ax+y=3$ に代入して

$4a-1=3$ $a=1$

(2) $\begin{cases}3x+y=2\\2x+3y=-1\end{cases}$ を連立方程式として解くと

$\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$

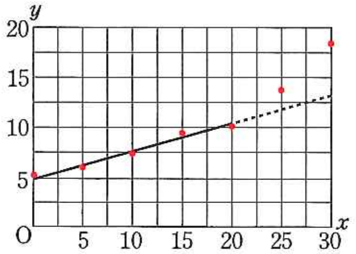
これらを $ax-y=3$ に代入して

$a\times1-(-1)=3$ $a=2$

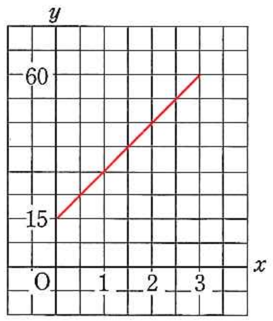
類 題

● 本冊 p.109～115

80　(1) 右の図
(2) $0 \leqq x \leqq 20$
(3) $y=0.25x+5$

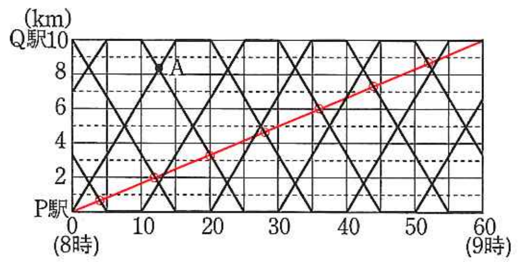


81　(1) $y=15x+15$
$(0 \leqq x \leqq 3)$
グラフは右の図
(2) 1 分後



解説　(2) (1) の式に
$y=30$ を代入すると
$30=15x+15$
$x=1$

82　(1) 下の図　(2) 7 回



解説　(2) (1) のグラフの○の所で Q 駅からくる列車とすれちがう。

83　8 時 10 分，家から $\frac{5}{3}$km の地点

解説　父の y と x の関係式は
$y=\frac{1}{3}x+b$ に，$x=5$，$y=0$ を代入して
$0=\frac{1}{3}\times5+b$　　$b=-\frac{5}{3}$
よって　$y=\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}$
$y=\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}$ と $y=\frac{1}{6}x$ を連立方程式として解くと
$x=10$，$y=\frac{5}{3}$

84　$y=150x\ (0 \leqq x \leqq 10)$
$y=-300x+4500\ (10 \leqq x \leqq 15)$
$y=150x-2250\ (15 \leqq x \leqq 35)$

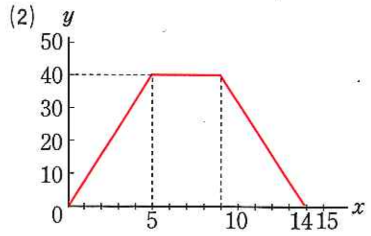
定期テスト予想問題

● 本冊 p.117

1　(1) $y=0.4x+50$　　(2) 50cm

解説　(1) $y=ax+b$ に $x=20$，$y=58$ を代入して
$58=20a+b$　…①
$x=60$，$y=74$ を代入して
$74=60a+b$　…②
①，②を連立方程式として解くと
$a=0.4$，$b=50$
(2) $y=0.4x+50$ に，$x=0$ を代入すると
$y=0.4\times0+50=50$

2　(1) ① $y=8x\ (0 \leqq x \leqq 5)$
② $y=40\ (5 \leqq x \leqq 9)$
③ $y=-8x+112\ (9 \leqq x \leqq 14)$
(2)



解説　(1) x 秒後の P の移動距離は $2x$cm だから，
① $y=\frac{1}{2}\times8\times2x=8x$　　② $y=\frac{1}{2}\times8\times10=40$
③ $y=\frac{1}{2}\times8\times(28-2x)=-8x+112$

3　(1) $y=3x\ (0 \leqq x \leqq 4)$
$y=-2x+20\ (4 \leqq x \leqq 10)$
(2) 5 時間後

解説　(2) B さんの y と x の関係は $y=2x$
$y=2x$ と $y=-2x+20$ を連立方程式として解くと $x=5$
これは x の変域 $4 \leqq x \leqq 10$ を満たす。

4　3950 円

解説　使用量が xm³ のときの水道料金を y 円とすると，$y=ax+b$ と表せる。
$x=20$ のとき $y=3800$ より　$3800=20a+b$　…①
$x=18$ のとき $y=3500$ より　$3500=18a+b$　…②
①，②より　$a=150$，$b=800$
$y=150x+800$ に $x=21$ を代入して
$y=150\times21+800=3950$

入試問題にチャレンジ 5

● 本冊 p.118～119

1　(1) $y=-\frac{1}{3}x+2$　　(2) $y=2x-5$
(3) $y=-\frac{2}{5}x+\frac{4}{5}$

解説　(1) 点 (0，2) を通るので，切片は 2
傾きは　$\frac{0-2}{6-0}=-\frac{1}{3}$
(2) 傾きが 2 であるから，直線の式を $y=2x+b$ とする。点 (1，−3) を通るので，$x=1$，$y=-3$ を代入して
$-3=2+b$　　$b=-5$
(3) 直線 $y=3x-6$ と x 軸との交点の座標を求める。
$y=0$ を代入して　$0=3x-6$　　$x=2$
よって　(2，0)
直線 $y=-\frac{2}{5}x+2$ に平行であるから傾きが等しく，点 (2，0) を通るので，直線の式を
$y=-\frac{2}{5}x+b$ とすると　$0=-\frac{4}{5}+b$　　$b=\frac{4}{5}$

2　(1) $1 \leqq y \leqq 7$　　(2) -1　　(3) $\left(\frac{4}{3},\ \frac{26}{3}\right)$

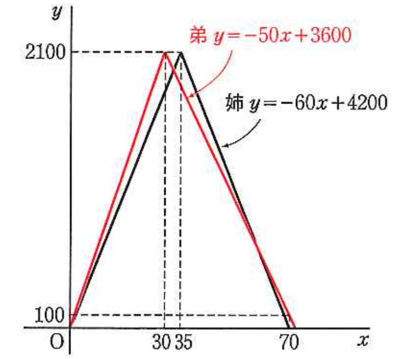
解説　(1) $y=2x+3$ に $x=-1$ を代入して　$y=1$
$x=2$ を代入して　$y=7$
(2) y 軸上の切片は，$x=0$ を直線の式に代入して
$-5y=5$　　$y=-1$
(3) 直線 ℓ の式は　$y=2x+6$
直線 m の式は　$y=-x+10$
この 2 式の連立方程式を解いて
$x=\frac{4}{3}$，$y=\frac{26}{3}$

3　(1) $a=-2$　　(2) $a=\frac{1}{3}$，$\frac{4}{3}$　　(3) $k=-1$

解説　(1) 直線 $2x-3y+6=0$ と y 軸の交点は
点 (0，2)
これが直線 $3x+y+a=0$ 上にあるから
$3\times0+2+a=0$　　$a=-2$
(2) $y=-\frac{2}{3}x+6$ 上にある x 座標と y 座標がともに正の整数となる点 P は，点 (3，4)，点 (6，2) の 2 つ。
$y=ax$ が点 (3，4) を通るとき
$4=3a$　　$a=\frac{4}{3}$
点 (6，2) を通るとき
$2=6a$　　$a=\frac{1}{3}$
(3) 2 直線 $y=-2x-1$ と $y=x+5$ の交点の座標は
(−2，3)
直線 $y=kx+1$ がこの点を通るから
$3=-2k+1$　　$k=-1$

4　(1) 毎分 70 m　　(2) $y=-60x+4200$
(3) ① 2 分後　② $a=900$　　(4) 52.5

解説　(1) $2100\div(35-5)=70$ より，毎分 70m
(2) 2 点 (35, 2100), (70, 0) を通る直線の式を求める。
傾きは　$\frac{0-2100}{70-35}=\frac{-2100}{35}=-60$
点 (70，0) を通るので，直線の式を $y=-60x+b$ として，$x=70$，$y=0$ を代入すると
$0=-4200+b$　　$b=4200$
よって　$y=-60x+4200$
(3) ①家を出発してから x 分後の弟の家から鉄塔までの距離を y m とすると，図のようになる。



弟が鉄塔から家まで帰るときの x，y の関係を表すグラフは，点 (30，2100)，点 (70，100) の 2 点を通る。この 2 点を通る直線の式を求めると
$y=-50x+3600$
$y=0$ のとき　$0=-50x+3600$　　$x=72$
よって，弟が家に着いたのは出発してから 72 分後で，これは姉が着いた 2 分後。
②　家からの距離が a m の地点を，2 回目に通過するときの x の値を a を用いて表す。
姉は $a=-60x+4200$ より　$x=\frac{4200-a}{60}$
弟は $a=-50x+3600$ より　$x=\frac{3600-a}{50}$
弟が通過した 1 分後に姉が通過しているので
$\frac{4200-a}{60}-\frac{3600-a}{50}=1$
これを解いて　$a=900$

(4) 弟が鉄塔に到達したのは 30 分後で，姉が家に着いたのは 70 分後。
よって，姉と弟が同時に家に着いたとすると
ア×(70−30)=2100　　ア=52.5

5 (1) $a=-\dfrac{3}{4}$　(2) $\dfrac{5}{2}$ 倍

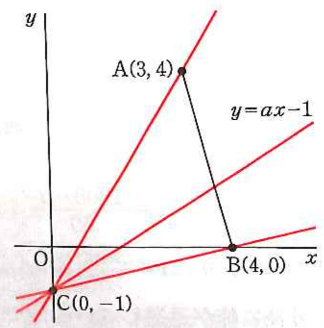
解説 (1) 点Cは $y=-2x+8$ と x 軸の交点であるから，$y=0$ を代入して
$0=-2x+8$　　$x=4$　　C(4, 0)
$y=ax+3$ はこの点を通るので，$x=4$，$y=0$ を代入して
$0=4a+3$　　$a=-\dfrac{3}{4}$
(2) 点Eの y 座標は直線ACの切片なので　E(0, 3)
BD∥x 軸より，点Dの y 座標は3
$y=3$ を $y=-2x+8$ に代入して
$3=-2x+8$　　$x=\dfrac{5}{2}$　　$D\left(\dfrac{5}{2},\ 3\right)$
(平行四辺形ABCDの面積)=4△ECD
$=4\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{5}{2}\times3=15$
△EOC$=\dfrac{1}{2}\times4\times3=6$
よって，平行四辺形ABCDの面積は△EOCの
$\dfrac{15}{6}=\dfrac{5}{2}$ (倍)

入試問題にチャレンジ 6

● 本冊 p.120〜121

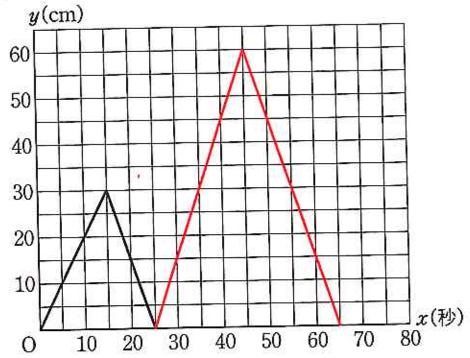
1 $\dfrac{1}{4}\leqq a\leqq\dfrac{5}{3}$

解説 傾き a の値の範囲を求める。



図のように
直線が点Aを通るときに a は最大で
$4=3a-1$　　$a=\dfrac{5}{3}$
直線が点Bを通るときに a は最小で
$0=4a-1$　　$a=\dfrac{1}{4}$

2 (1) **3 秒後… 6 cm，18 秒後…21cm**
(2) $y=-3x+75$
(3)

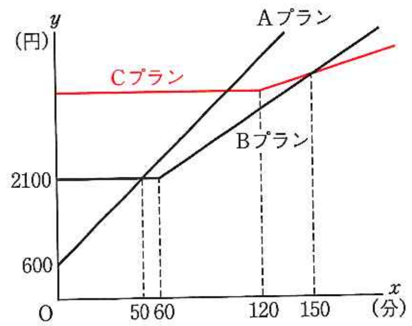


(4) $\dfrac{20}{3}$ **秒間**

解説 (1) 3 秒後までに点Pは 2×3=6 (cm) 動く。
このとき，点Qは点Aの位置にあるから，3 秒後の弧PQの長さは 6 cm である。
18 秒後までに点Pは 2×18=36 (cm)，点Qは 5×(18−15)=15 (cm) 動く。
よって，弧PQの長さは　36−15=21 (cm)
(2) 2 点 (15, 30), (25, 0) を通る直線の式を求める。
傾きは　$\dfrac{0-30}{25-15}=\dfrac{-30}{10}=-3$
点 (25, 0) を通るので，直線の式を $y=-3x+b$ とし，$x=25$，$y=0$ を代入して
$0=-75+b$　　$b=75$
(3) グラフより，25 秒後に点Qは点Pにはじめて追いつく。2 度目に追いつくのは，はじめて追いついてから 120÷(5−2)=40 (秒後) である。
よって，はじめて追いついてから 40÷2=20 (秒後) に点Pと点Qは最も離れていて，このとき，弧PQの長さは
120÷2=60 (cm)
以上より，グラフは次のようになる。
2 点 (25, 0), (45, 60) を通る直線 ($25\leqq x\leqq45$)
2 点 (45, 60), (65, 0) を通る直線 ($45\leqq x\leqq65$)
(4) 2 点 (25, 0), (45, 60) を通る直線の式は
$y=3x-75$ ($25\leqq x\leqq45$)
2 点 (45, 60), (65, 0) を通る直線の式は
$y=-3x+195$ ($45\leqq x\leqq65$)
$y=3x-75$ に $y=50$ を代入して
$50=3x-75$　　$x=\dfrac{125}{3}$
$y=-3x+195$ に $y=50$ を代入して
$50=-3x+195$　　$x=\dfrac{145}{3}$
よって，PQの長さが 50cm 以上になるのは
$\dfrac{145}{3}-\dfrac{125}{3}=\dfrac{20}{3}$ (秒間)

3 (1) $y=30x+600$　(2) **50 分**
(3) **3600 円**　(4) **3 回**

解説 (1) (電話料金)=(基本料金)+(通話料金) より
$y=600+30x$
また，Aプランのグラフは，傾きが 1 分あたりの通話料金である 30，切片が 600 の直線である。
(2) グラフより，Aプランにおいて，電話料金が 2100 円になるときの通話時間を求める。
$y=30x+600$ に $y=2100$ を代入して
$2100=30x+600$　　$x=50$ (分)
(3) Cプランのグラフが次のようになるときである。



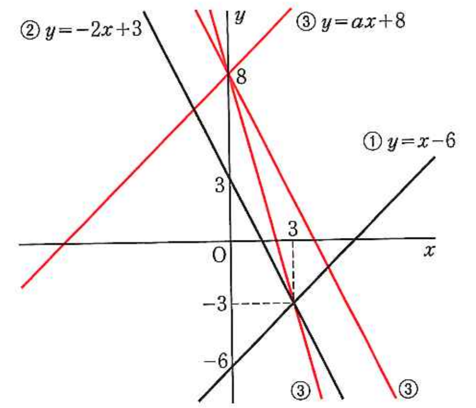
Bプランで通話時間が 50+100=150 (分) のときの電話料金は
2100+20×(150−60)=3900 (円)
Cプランの基本料金を a 円とすると，通話時間が 150 分のときの電話料金は
$a+10\times(150-120)=a+300$ (円)
よって　$a+300=3900$　　$a=3600$ (円)
(4) 通話時間が 75 分のとき，電話料金は
Aプランでは　600+30×75=2850 (円)
Bプランでは　2100+20×(75−60)=2400 (円)
通話時間が 45 分のとき，電話料金は
Aプランでは　600+30×45=1950 (円)
Bプランでは　2100 円
1 年間 (12 か月) で 75 分の月が p 回，45 分の月が q 回あったとすると，次の連立方程式が成り立つ。

$$\begin{cases} p+q=12 & \cdots① \\ 2850p+1950q=2400p+2100q & \cdots② \end{cases}$$

②を整理すると　$3p=q$
これを①に代入して
$p+3p=12$　　$p=3$ (回)

4 $a=1,\ -2,\ -\dfrac{11}{3}$

解説 図のように，3 つの直線によって三角形ができない場合は，3 通りある。



直線①と③が平行のとき，傾きが等しいので
$a=1$
直線②と③が平行のとき，傾きが等しいので
$a=-2$
直線①と②の交点を③が通るとき
$\begin{cases} y=x-6 \\ y=-2x+3 \end{cases}$
この連立方程式を解いて，交点の座標は　(3, −3)
$y=ax+8$ に，$x=3$，$y=-3$ を代入して
$-3=3a+8$　　$a=-\dfrac{11}{3}$

入試ではココがねらわれる

▶1 次関数では，グラフの読みとりやグラフの作成が公立入試で頻出である。内容としては，「点の移動」，「図形の移動」，「時間と距離(ダイヤグラム)」に関するものが最も出題されている。「水量」，「料金」の問題も多い。
▶座標平面上の図形に関する問題は，関数と図形の融合問題として，差のつきやすい内容・レベルで出題されている。とくに，三角形の面積に関する問題や平行四辺形の性質を利用した問題は要注意である。